

ЕГЭ 2012

Математика

С. А. Шестаков

Задача В5

Простейшие уравнения

Рабочая тетрадь

учени _____

_____ класса _____

школы _____

Под редакцией

А. Л. Семенова и И. В. Яценко

Разработано МИОО

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

14

ГОТОВИМСЯ К ЕГЭ

С. А. Шестаков

ЕГЭ 2012. Математика
Задача В5
Простейшие уравнения

Рабочая тетрадь

Издание третье, дополненное

Под редакцией А. Л. Семенова и И. В. Яценко

Издание соответствует брошюре
«ЕГЭ 2011. Математика. Задача В3» издательства МЦНМО

Москва
Издательство МЦНМО
2012

УДК 373:51
ББК 22.1я72
Ш51



Шестаков С. А.

Ш51 ЕГЭ 2012. Математика. Задача В5. Простейшие уравнения. Рабочая тетрадь / Под ред. А. Л. Семенова и И. В. Ященко. — 3-е изд., дополн. — М.: МЦНМО, 2012. — 48 с.

ISBN 978-5-94057-855-0

Рабочая тетрадь по математике серии «ЕГЭ 2011. Математика» ориентирована на подготовку учащихся старшей школы к успешной сдаче Единого государственного экзамена по математике в 2011 году. В рабочей тетради представлены задачи по одной позиции контрольных измерительных материалов ЕГЭ-2011.

На различных этапах обучения пособие поможет обеспечить уровневый подход к организации повторения, осуществить контроль и самоконтроль знаний по теме «Простейшие уравнения». Рабочая тетрадь ориентирована на один учебный год, однако при необходимости позволит в кратчайшие сроки восполнить пробелы в знаниях выпускника.

Тетрадь предназначена для учащихся старшей школы, учителей математики, родителей.

Издание соответствует брошюре «ЕГЭ 2011. Математика. Задача В3» издательства МЦНМО.

ББК 22.1я72

ISBN 978-5-94057-855-0

© Шестаков С. А., 2010
© МЦНМО, 2010.

От редакторов серии

Прежде чем вы начнете работать с нашими тетрадями, мы хотим дать вам некоторые пояснения и советы.

Экзамен по математике в 2012 году состоит из двух частей: в первой части — 14 простых задач, в которых требуется краткий ответ (B1—B14); во второй части — 6 более сложных задач, требующих развернутого решения (C1—C6). Рабочие тетради B1—B14 организованы в соответствии со структурой первой части экзамена 2012 года и позволят вам подготовиться к выполнению всех заданий этой части, выявить и устранить пробелы в своих знаниях. К успешно зарекомендовавшей себя серии рабочих тетрадей 2011 года B1—B12 добавлены две новые тетради, соответствующие новым заданиям (по теории вероятностей и по стереометрии), и изменена нумерация остальных тетрадей.

Тем из вас, для кого главное — это набрать минимальный аттестационный балл, мы рекомендуем ориентироваться на устойчивое, безошибочное решение 8 заданий из первой части. (Хотя в реальности минимальное число заданий, которое нужно решить верно, может составить 5 или 6, но ведь вам нужно застраховаться от случайной ошибки!) Эти 8 (или больше) заданий нужно выбрать исходя из того, что вы хорошо понимаете их условия, вам знаком материал и в школе вы хорошо справлялись с аналогичными заданиями (не обязательно в курсе математики 11 класса, а на протяжении всего обучения). При этом следует в первую очередь уделять внимание тем заданиям, которые у вас уже получаются, добиваясь максимально надежного их выполнения, не ограничивая себя временем.

Те из вас, кто ориентируется на поступление в вуз, конечно, понимают, что им желательно с высокой надежностью решать все задачи части B — ведь на решение такой задачи и вписывание ответа в лист на экзамене уйдет меньше времени, чем на задачу части C, и жалко будет, если вы ошибетесь и потеряете нужный балл. Вам следует добиваться уверенного выполнения всех заданий первой части, большее внимание уделяя тем задачам, которые вызывают наибольшие затруднения. Устранение пробелов в ваших знаниях поможет вам и в работе с заданиями части C. Определив время, за которое вы можете уверенно без ошибок выполнить все задания первой части, следует планировать оставшееся время на экзамене на задания второй части.

Работу с тетрадью следует начать с выполнения диагностической работы.

Затем рекомендуется прочитать решения задач и сравнить свои решения с приведенными в книге. По тем задачам, которые вызвали затруднения, следует после повторения материала по учебнику или с учителем выполнить тематические тренинги.

Для завершающего контроля готовности к выполнению заданий соответствующей позиции ЕГЭ служат диагностические работы, приведенные в конце тетради.

Работа с серией рабочих тетрадей «ЕГЭ 2012. Математика» позволит выявить и в кратчайшие сроки ликвидировать пробелы в знаниях, но не может заменить систематического повторения (изучения) курса математики!

Желаем успеха!

Введение

Это пособие предназначено для подготовки старшеклассников к решению задач по теме «Простейшие уравнения» и, в частности, задачи В5 Единого государственного экзамена по математике.

Задача В5 представляет собой несложное показательное, логарифмическое или иррациональное уравнение базового уровня, которое в одно-два действия сводится к линейному или квадратному уравнению. В последнем случае в условии задается дополнительное ограничение для отбора корня. В случае логарифмического или иррационального уравнения один из корней может быть отброшен как посторонний без дополнительного ограничения.

Для того чтобы подготовка к ЕГЭ сделать максимально эффективной, в пособие включены уравнения, соответствующие всем шести функционально-числовым линиям школьного курса:

- целые рациональные уравнения,
- дробно-рациональные уравнения,
- иррациональные уравнения,
- тригонометрические уравнения,
- показательные уравнения,
- логарифмические уравнения.

Это позволит, с одной стороны, выявить существующие пробелы и проблемные зоны в подготовке учащихся с целью их устранения и выработки устойчивых навыков решения несложных уравнений, а с другой — использовать комплексный подход при организации и проведении обобщающего повторения.

Пособие включает 6 диагностических и 12 тренировочных работ, а также разбор задач первой диагностической работы с необходимыми методическими рекомендациями. Каждая диагностическая работа содержит 12 заданий (по два на каждую из шести функционально-числовых линий школьного курса в указанном выше порядке). Каждая тренировочная работа соответствует одному из заданий диагностической работы и содержит 10 задач для выработки или закрепления навыков решения по каждому типу уравнений.

В начале работы с пособием целесообразно выполнить первую диагностическую работу, определить, какие уравнения вызывают затруднения, и обратиться при необходимости к разбору задач. После этого нужно потренироваться в решении уравнений каждого типа, выполнив тренировочные работы. Для завершения подготовки следует обратиться к диагностическим работам 1—5 и постараться решить их без ошибок. Желательно, чтобы время решения любой из диагностических и тренировочных работ не превышало 20—30 минут.

Подчеркнем, что в пособии рассматриваются только уравнения, отвечающие по уровню сложности заданию В5 ЕГЭ по математике. Умение решать такие уравнения

Введение

является базовым: без него невозможно продвинуться в решении более сложных задач.

При подготовке к решению задач части I Единого государственного экзамена важно помнить следующее. Проверка ответов осуществляется компьютером после сканирования бланка ответов и сопоставления результатов сканирования с правильными ответами. Поэтому цифры в бланке ответов следует писать разборчиво и строго в соответствии с инструкцией по заполнению бланка (с тем чтобы, например, 1 и 7 или 8 и В распознавались корректно). К сожалению, ошибки сканирования полностью исключить нельзя, поэтому если есть уверенность в задаче, за которую получен минус, нужно идти на апелляцию. Ответом к задаче может быть только целое число или конечная десятичная дробь. Ответ, зафиксированный в иной форме, будет распознан как неправильный. В этом смысле задание В5 не является исключением: если результатом решения уравнения явилась обыкновенная дробь, например $\frac{3}{4}$, то перед записью ответа в бланк ее нужно обратить в десятичную, т. е. в ответе написать 0,75. Каждый символ (в том числе запятая и знак «минус») записывается в отдельную клеточку, как это показано на полях пособия.

Ответы:

1

--	--	--	--	--	--	--	--

2

--	--	--	--	--	--	--	--

3

--	--	--	--	--	--	--	--

4

--	--	--	--	--	--	--	--

5

--	--	--	--	--	--	--	--

6

--	--	--	--	--	--	--	--

7

--	--	--	--	--	--	--	--

8

--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Диагностическая работа

1. Решите уравнение

$$\frac{2}{7}x = 6\frac{2}{7}.$$

2. Решите уравнение

$$2x^2 - 13x - 7 = 0.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

3. Решите уравнение

$$\frac{x-4}{x+3} = 2.$$

4. Решите уравнение

$$x = \frac{7x+16}{x+7}.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

5. Решите уравнение

$$\sqrt{5-4x} = 5.$$

6. Решите уравнение

$$\sqrt{3-2x} = -x.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

7. Решите уравнение

$$\cos \frac{\pi x}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

В ответе запишите наименьший положительный корень уравнения.

8. Решите уравнение

$$\operatorname{tg} \frac{\pi x}{4} = -1.$$

В ответе запишите наибольший отрицательный корень уравнения.

Диагностическая работа

9. Решите уравнение

$$7^{4-x} = 49.$$

10. Найдите корень уравнения

$$\left(\frac{1}{9}\right)^{9+x} = 81^x.$$

11. Решите уравнение

$$\log_4(5+x) = 2.$$

12. Решите уравнение

$$\log_3(2x-3) = \log_3(18-x).$$

Ответы:

9

--	--	--	--	--	--	--	--

10

--	--	--	--	--	--	--	--

11

--	--	--	--	--	--	--	--

12

--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Целые рациональные уравнения. Решения задач 1 и 2 диагностической работы

Первые два уравнения каждой диагностической работы представляют собой соответственно линейное и квадратное уравнение, либо сводятся к ним после элементарных преобразований: раскрытия скобок и приведения подобных. Для решения этих задач достаточно уметь решать линейные уравнения, помнить формулы сокращенного умножения, правило переноса слагаемого из одной части уравнения в другую (знак этого слагаемого меняется на противоположный), формулу корней квадратного уравнения, и обладать определенными вычислительными навыками, связанными с арифметическими действиями над целыми числами и дробями.

1. Решите уравнение

$$\frac{2}{7}x = 6\frac{2}{7}.$$

Решение. Сначала обратим дробь в правой части уравнения в неправильную:

$$6\frac{2}{7} = \frac{44}{7}.$$

Разделим обе части уравнения на число $\frac{2}{7}$. Получим:

$$x = \frac{44}{7} : \frac{2}{7}, \quad x = \frac{44}{7} \cdot \frac{7}{2}, \quad x = 22.$$

Ответ: 22.

2. Решите уравнение

$$2x^2 - 13x - 7 = 0.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Решение. Вычислим дискриминант уравнения

$$D = (-13)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-7) = 225.$$

Меньшему корню соответствует знак «минус» перед квадратным корнем из дискриминанта. Значит, искомый корень $x = \frac{13 - 15}{4}$, откуда $x = -0,5$.

Ответ: $-0,5$.

Тренировочная работа 1

Т1.1. Решите уравнение

$$\frac{3}{11}x = 3\frac{3}{11}.$$

Т1.2. Решите уравнение

$$\frac{5}{11}x = 5\frac{5}{11}.$$

Т1.3. Решите уравнение

$$(2x - 3)^2 = (2x + 5)^2.$$

Т1.4. Решите уравнение

$$(2x + 7)^2 = (2x - 5)^2.$$

Т1.5. Решите уравнение

$$x^2 - 11 = (x - 11)^2.$$

Т1.6. Решите уравнение

$$x^2 + 10 = (x + 10)^2.$$

Т1.7. Решите уравнение

$$\frac{3x+2}{2} = \frac{2x+3}{3}.$$

Т1.8. Решите уравнение

$$\frac{5x-4}{6} = \frac{4x-5}{5}.$$

Т1.9. Решите уравнение

$$x^2 = (x - 5)^2.$$

Т1.10. Решите уравнение

$$x^2 = (x + 7)^2.$$

Ответы:

Т1.1

--	--	--	--	--	--	--	--

Т1.2

--	--	--	--	--	--	--	--

Т1.3

--	--	--	--	--	--	--	--

Т1.4

--	--	--	--	--	--	--	--

Т1.5

--	--	--	--	--	--	--	--

Т1.6

--	--	--	--	--	--	--	--

Т1.7

--	--	--	--	--	--	--	--

Т1.8

--	--	--	--	--	--	--	--

Т1.9

--	--	--	--	--	--	--	--

Т1.10

--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Ответы:

T2.1

--	--	--	--	--	--	--	--

T2.2

--	--	--	--	--	--	--	--

T2.3

--	--	--	--	--	--	--	--

T2.4

--	--	--	--	--	--	--	--

T2.5

--	--	--	--	--	--	--	--

T2.6

--	--	--	--	--	--	--	--

T2.7

--	--	--	--	--	--	--	--

T2.8

--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Тренировочная работа 2

T2.1. Решите уравнение

$$2x^2 + 15x + 7 = 0.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

T2.2. Решите уравнение

$$2x^2 + 17x - 9 = 0.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

T2.3. Решите уравнение

$$2x^2 + 9x + 9 = 0.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

T2.4. Решите уравнение

$$(x + 7)^2 = 28x.$$

T2.5. Решите уравнение

$$(x - 8)^2 = -32x.$$

T2.6. Решите уравнение

$$4x^2 + 7x - 2 = 0.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

T2.7. Решите уравнение

$$3x^2 - 5x - 2 = 0.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

T2.8. Решите уравнение

$$\frac{1}{3}x^2 = 1\frac{1}{3}.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Тренировочная работа 2

T2.9. Решите уравнение

$$\frac{1}{12}x^2 = 4\frac{1}{12}.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

T2.10. Решите уравнение

$$\frac{1}{11}x^2 = 9\frac{1}{11}.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Ответы:

T2.9

--	--	--	--	--	--	--	--

T2.10

--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Дробно-рациональные уравнения. Решения задач 3 и 4 диагностической работы

Третье и четвертое уравнения каждой диагностической работы являются дробно-рациональными. Для решения этих уравнений достаточно умения выполнять действия с алгебраическими дробями. Одно из этих уравнений после несложных преобразований сводится к линейному, другое — к квадратному.

3. Решите уравнение

$$\frac{x-4}{x+3} = 2.$$

Решение. Заметим, что $x \neq -3$. Умножив обе части уравнения на $x + 3$, получим:

$$x - 4 = 2(x + 3), \quad x - 4 = 2x + 6,$$

откуда $x = -10$.

Ответ: -10 .

4. Решите уравнение

$$x = \frac{7x+16}{x+7}.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Решение. Заметим, что $x \neq -7$. Умножив обе части уравнения на $x + 7$, получим:

$$x(x+7) = 7x+16, \quad x^2+7x = 7x+16, \quad x^2 = 16,$$

откуда $x = \pm 4$.

Ответ: -4 .

Тренировочная работа 3

Т3.1. Решите уравнение

$$\frac{2}{x} = -1.$$

Т3.2. Решите уравнение

$$\frac{5}{x} = -2.$$

Т3.3. Решите уравнение

$$\frac{2x+5}{5x+2} = -1.$$

Т3.4. Решите уравнение

$$\frac{4x+7}{x+1} = 5.$$

Т3.5. Решите уравнение

$$\frac{1}{x+2} = \frac{2}{x}.$$

Т3.6. Решите уравнение

$$\frac{1}{x+6} = \frac{6}{x}.$$

Т3.7. Решите уравнение

$$\frac{1}{2x} + \frac{1}{3x} = \frac{1}{12}.$$

Т3.8. Решите уравнение

$$\frac{1}{4x} - \frac{1}{5x} = 0,1.$$

Т3.9. Решите уравнение

$$\frac{1}{7x+15} = 0,02.$$

Т3.10. Решите уравнение

$$\frac{1}{3x+5} = 0,05.$$

Ответы:

Т3.1

--	--	--	--	--	--	--	--

Т3.2

--	--	--	--	--	--	--	--

Т3.3

--	--	--	--	--	--	--	--

Т3.4

--	--	--	--	--	--	--	--

Т3.5

--	--	--	--	--	--	--	--

Т3.6

--	--	--	--	--	--	--	--

Т3.7

--	--	--	--	--	--	--	--

Т3.8

--	--	--	--	--	--	--	--

Т3.9

--	--	--	--	--	--	--	--

Т3.10

--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Ответы:

T4.1

--	--	--	--	--	--	--	--

T4.2

--	--	--	--	--	--	--	--

T4.3

--	--	--	--	--	--	--	--

T4.4

--	--	--	--	--	--	--	--

T4.5

--	--	--	--	--	--	--	--

T4.6

--	--	--	--	--	--	--	--

T4.7

--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Тренировочная работа 4

T4.1. Решите уравнение

$$\frac{3}{x+3} = \frac{x+3}{3}.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

T4.2. Решите уравнение

$$\frac{5}{x-5} = \frac{x-5}{5}.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

T4.3. Решите уравнение

$$\frac{x-3}{5x+7} = \frac{x-3}{7x+5}.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

T4.4. Решите уравнение

$$\frac{x+6}{5x+9} = \frac{x+6}{9x+5}.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

T4.5. Решите уравнение

$$x = \frac{4x+9}{x+4}.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

T4.6. Решите уравнение

$$\frac{16}{x^2-9} = 1.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

T4.7. Решите уравнение

$$\frac{12}{x^2-13} = 1.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

Тренировочная работа 4

T4.8. Решите уравнение

$$\frac{6x}{x^2 + 5} = 1.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

T4.9. Решите уравнение

$$\frac{6}{x^2 + 5x} = 1.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

T4.10. Решите уравнение

$$\frac{7}{2x^2 + 13x} = 1.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

Ответы:

T4.8

--	--	--	--	--	--	--	--

T4.9

--	--	--	--	--	--	--	--

T4.10

--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Иррациональные уравнения. Решения задач 5 и 6 диагностической работы

Пятое и шестое уравнения диагностических работ являются несложными иррациональными уравнениями вида «корень равен числу», «корень равен выражению». Для их решения не нужно обладать никакими специальными знаниями, достаточно помнить определение арифметического квадратного корня: арифметическим квадратным корнем из числа a называется такое неотрицательное число b , квадрат которого равен a . Таким образом, $\sqrt{a} = b$, если выполняются два условия:

- 1) $b \geq 0$,
- 2) $a = b^2$.

Заметим, что в этом определении ничего не сказано о знаке числа a : его неотрицательность следует из равенства $a = b^2$. Поэтому для того чтобы решить уравнение вида

$$\sqrt{a(x)} = b, \quad \text{где } b \geq 0,$$

достаточно возвести обе части уравнения в квадрат, после чего оно сведётся к линейному или квадратному уравнению.

Для того чтобы решить уравнение вида $\sqrt{a(x)} = b(x)$, нужно возвести обе его части в квадрат, решить полученное линейное или квадратное уравнение и проверить, выполняется ли для найденных корней условие $b(x) \geq 0$. Если это условие не выполняется, соответствующий корень является посторонним. Обратим внимание на то, что проверка условия $a(x) \geq 0$ является избыточной: так как $b^2(x) \geq 0$ при любом допустимом значении переменной, корнями уравнения $a(x) = b^2(x)$ могут быть только те числа, для которых $a(x) \geq 0$.

5. Решите уравнение

$$\sqrt{5 - 4x} = 5.$$

Решение. Возведя обе части уравнения в квадрат, получим $5 - 4x = 25$, откуда $x = -5$.

Ответ: -5 .

6. Решите уравнение

$$\sqrt{3 - 2x} = -x.$$

Решения задач 5 и 6 диагностической работы

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из корней.

Решение. Возведём обе части уравнения в квадрат:

$$3 - 2x = (-x)^2,$$

откуда

$$x^2 + 2x - 3 = 0.$$

Корнями полученного квадратного уравнения являются числа -3 и 1 . Условию $-x \geq 0$ удовлетворяет только $x = -3$.

Ответ: -3 .

Ответы:

T5.1

--	--	--	--	--	--	--	--

T5.2

--	--	--	--	--	--	--	--

T5.3

--	--	--	--	--	--	--	--

T5.4

--	--	--	--	--	--	--	--

T5.5

--	--	--	--	--	--	--	--

T5.6

--	--	--	--	--	--	--	--

T5.7

--	--	--	--	--	--	--	--

T5.8

--	--	--	--	--	--	--	--

T5.9

--	--	--	--	--	--	--	--

T5.10

--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Тренировочная работа 5

T5.1. Решите уравнение

$$\sqrt{7-6x} = 7.$$

T5.2. Решите уравнение

$$\sqrt{4-3x} = 4.$$

T5.3. Решите уравнение

$$\sqrt{7+6x} = 7.$$

T5.4. Решите уравнение

$$\sqrt{9+8x} = 9.$$

T5.5. Решите уравнение

$$\sqrt{19-6x} = \sqrt{7}.$$

T5.6. Решите уравнение

$$\sqrt{20-3x} = \sqrt{5}.$$

T5.7. Решите уравнение

$$\sqrt{\frac{1}{3-2x}} = 0,5.$$

T5.8. Решите уравнение

$$\sqrt{\frac{1}{3-4x}} = \frac{1}{3}.$$

T5.9. Решите уравнение

$$\sqrt{\frac{1}{7-6x}} = 0,25.$$

T5.10. Решите уравнение

$$\sqrt{\frac{x}{5-x}} = 2.$$

Тренировочная работа 6

Т6.1. Решите уравнение

$$\sqrt{5x+9} = 2x.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

Т6.2. Решите уравнение

$$\sqrt{7-6x} = -x.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

Т6.3. Решите уравнение

$$\sqrt{x+12} = x.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

Т6.4. Решите уравнение

$$\sqrt{x+6} = -x.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

Т6.5. Решите уравнение

$$\sqrt{x^2+9} = 2x-3.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

Т6.6. Решите уравнение

$$\sqrt{x^2+16} = 2x-1.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите произведение корней.

Т6.7. Решите уравнение

$$\sqrt{10+3x} = x+4.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

Т6.8. Решите уравнение

$$\sqrt{11+5x} = x+3.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

Ответы:

Т6.1

--	--	--	--	--	--	--	--

Т6.2

--	--	--	--	--	--	--	--

Т6.3

--	--	--	--	--	--	--	--

Т6.4

--	--	--	--	--	--	--	--

Т6.5

--	--	--	--	--	--	--	--

Т6.6

--	--	--	--	--	--	--	--

Т6.7

--	--	--	--	--	--	--	--

Т6.8

--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Ответы:

Т6.9

--	--	--	--	--	--	--	--

Т6.10

--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Тренировочная работа 6

Т6.9. Решите уравнение

$$\sqrt{2x-5} = 4-x.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

Т6.10. Решите уравнение

$$\sqrt{5-2x} = x-1.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

Тригонометрические уравнения.

Решения задач 7 и 8 диагностической работы

Основная идея решения любого тригонометрического уравнения (в диагностических работах это задания 7 и 8) заключается в его сведении к одному или нескольким простейшим тригонометрическим уравнениям, то есть к уравнениям вида

$$\sin x = a, \quad \cos x = a, \quad \operatorname{tg} x = a.$$

Формулы для решения простейших тригонометрических уравнений приводятся в любом учебнике, для их повторения и предназначена эта группа задач. Поскольку ответом к заданиям с кратким ответом может быть только целое число или десятичная дробь, в качестве дополнительного условия требуется отобрать либо наименьший положительный корень уравнения, либо наибольший отрицательный корень. Поэтому вместо перехода от уравнения

$$\cos(f(x)) = m \quad (\text{где } |m| \leq 1)$$

к уравнению

$$f(x) = \pm \arccos m + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z},$$

бывает целесообразно перейти к совокупности

$$\begin{cases} f(x) = \arccos m + 2\pi k, \\ f(x) = -\arccos m + 2\pi n, \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}, \quad n \in \mathbb{Z}.$$

Аналогичное замечание справедливо для уравнения вида

$$\sin(f(x)) = m \quad (\text{где } |m| \leq 1).$$

Соответствующая совокупность в этом случае имеет вид:

$$\begin{cases} f(x) = \arcsin m + 2\pi k, \\ f(x) = \pi - \arcsin m + 2\pi n, \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}, \quad n \in \mathbb{Z}.$$

Уравнение $\operatorname{tg}(f(x)) = m$ равносильно уравнению

$$f(x) = \operatorname{arctg} m + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}.$$

7. Решите уравнение

$$\cos \frac{\pi x}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Решения задач 7 и 8 диагностической работы

В ответе запишите наименьший положительный корень уравнения.

Решение. Из данного уравнения $\cos \frac{\pi x}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ находим, что

$$\frac{\pi x}{3} = \frac{\pi}{6} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}, \quad \text{либо} \quad \frac{\pi x}{3} = -\frac{\pi}{6} + 2\pi m, \quad m \in \mathbb{Z},$$

откуда получаем:

$$x = \frac{1}{2} + 6n, \quad n \in \mathbb{Z}, \quad \text{либо} \quad x = -\frac{1}{2} + 6m, \quad m \in \mathbb{Z}.$$

Наименьшим положительным корнем в первом случае является $x = 0,5$ (при $n = 0$), а во втором случае $x = 5,5$ (при $m = 1$). Значит, наименьший положительный корень данного уравнения равен 0,5.

Ответ: 0,5.

8. Решите уравнение $\operatorname{tg} \frac{\pi x}{4} = -1$. В ответе запишите наибольший отрицательный корень уравнения.

Решение. Из данного уравнения $\operatorname{tg} \frac{\pi x}{4} = -1$ находим, что

$$\frac{\pi x}{4} = -\frac{\pi}{4} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z},$$

откуда

$$x = -1 + 4n, \quad n \in \mathbb{Z}.$$

Наибольшим отрицательным корнем уравнения является $x = -1$ (при $n = 0$).

Ответ: -1 .

Тренировочная работа 7

T7.1. Решите уравнение

$$\sin \pi x = 0.$$

В ответе запишите наибольший отрицательный корень уравнения.

T7.2. Решите уравнение

$$\sin \pi x = 1.$$

В ответе запишите наименьший положительный корень уравнения.

T7.3. Решите уравнение

$$\sin 2\pi x = -1.$$

В ответе запишите наибольший отрицательный корень уравнения.

T7.4. Решите уравнение

$$\cos \frac{\pi x}{4} = 0.$$

В ответе запишите наименьший положительный корень уравнения.

T7.5. Решите уравнение

$$\cos \pi x = 1.$$

В ответе запишите наименьший положительный корень уравнения.

T7.6. Решите уравнение

$$\cos \frac{\pi x}{7} = -1.$$

В ответе запишите наибольший отрицательный корень уравнения.

T7.7. Решите уравнение

$$\sin \frac{\pi x}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

В ответе запишите наименьший положительный корень уравнения.

Ответы:

T7.1

--	--	--	--	--	--	--	--

T7.2

--	--	--	--	--	--	--	--

T7.3

--	--	--	--	--	--	--	--

T7.4

--	--	--	--	--	--	--	--

T7.5

--	--	--	--	--	--	--	--

T7.6

--	--	--	--	--	--	--	--

T7.7

--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Ответы:

T7.8

--	--	--	--	--	--	--	--

T7.9

--	--	--	--	--	--	--	--

T7.10

--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Тренировочная работа 7

T7.8. Решите уравнение

$$\cos \frac{\pi x}{18} = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

В ответе запишите наименьший положительный корень уравнения.

T7.9. Решите уравнение

$$\sin \frac{\pi x}{12} = -0,5.$$

В ответе запишите наибольший отрицательный корень уравнения.

T7.10. Решите уравнение

$$\cos \frac{\pi x}{6} = -0,5.$$

В ответе запишите наибольший отрицательный корень уравнения.

Тренировочная работа 8

T8.1. Решите уравнение

$$\operatorname{tg} \frac{\pi x}{4} = 0.$$

В ответе запишите наибольший отрицательный корень уравнения.

T8.2. Решите уравнение

$$\operatorname{tg} \frac{\pi x}{12} = 1.$$

В ответе запишите наименьший положительный корень уравнения.

T8.3. Решите уравнение

$$\operatorname{tg} \frac{\pi x}{6} = -1.$$

В ответе запишите наибольший отрицательный корень уравнения.

T8.4. Решите уравнение

$$\operatorname{tg} \frac{\pi x}{3} = \sqrt{3}.$$

В ответе запишите наименьший положительный корень уравнения.

T8.5. Решите уравнение

$$\operatorname{tg} \frac{\pi x}{6} = -\sqrt{3}.$$

В ответе запишите наибольший отрицательный корень уравнения.

T8.6. Решите уравнение

$$\operatorname{tg} \frac{\pi x}{12} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

В ответе запишите наименьший положительный корень уравнения.

T8.7. Решите уравнение

$$\operatorname{tg} \frac{\pi x}{6} = -\frac{1}{\sqrt{3}}.$$

В ответе запишите наибольший отрицательный корень уравнения.

Ответы:

T8.1

--	--	--	--	--	--	--	--

T8.2

--	--	--	--	--	--	--	--

T8.3

--	--	--	--	--	--	--	--

T8.4

--	--	--	--	--	--	--	--

T8.5

--	--	--	--	--	--	--	--

T8.6

--	--	--	--	--	--	--	--

T8.7

--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Ответы:

T8.8

--	--	--	--	--	--	--	--

T8.9

--	--	--	--	--	--	--	--

T8.10

--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Тренировочная работа 8

T8.8. Решите уравнение

$$\operatorname{ctg} \frac{\pi x}{4} = 0.$$

В ответе запишите наименьший положительный корень уравнения.

T8.9. Решите уравнение

$$\operatorname{ctg} \frac{\pi x}{8} = 1.$$

В ответе запишите наибольший отрицательный корень уравнения.

T8.10. Решите уравнение

$$\operatorname{ctg} \frac{\pi x}{16} = -1.$$

В ответе запишите наименьший положительный корень уравнения.

Показательные уравнения.

Решения задач 9 и 10 диагностической работы

Решение большинства показательных уравнений после некоторых преобразований сводится к решению одного или нескольких простейших показательных уравнений вида

$$a^{f(x)} = a^c \quad (\text{откуда } f(x) = c)$$

или

$$a^{f(x)} = a^{g(x)} \quad (\text{откуда } f(x) = g(x)),$$

где $a > 0$; $a \neq 1$. Именно к простейшим показательным уравнениям после одного-двух очевидных преобразований сводятся уравнения 9 и 10 диагностических работ.

9. Решите уравнение $7^{4-x} = 49$.

Решение. Перепишем уравнение в виде $7^{4-x} = 7^2$, откуда $4 - x = 2$ и, значит, $x = 2$.

Ответ: 2.

10. Найдите корень уравнения

$$\left(\frac{1}{9}\right)^{9+x} = 81^x.$$

Решение. Перейдём в обеих частях уравнения к основанию 9, записав уравнение в виде

$$9^{-9-x} = 9^{2x},$$

откуда

$$-9 - x = 2x,$$

и, значит, $x = -3$.

Ответ: -3.

Ответы:

Т9.1

--	--	--	--	--	--	--	--

Т9.2

--	--	--	--	--	--	--	--

Т9.3

--	--	--	--	--	--	--	--

Т9.4

--	--	--	--	--	--	--	--

Т9.5

--	--	--	--	--	--	--	--

Т9.6

--	--	--	--	--	--	--	--

Т9.7

--	--	--	--	--	--	--	--

Т9.8

--	--	--	--	--	--	--	--

Т9.9

--	--	--	--	--	--	--	--

Т9.10

--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Тренировочная работа 9

Т9.1. Решите уравнение

$$6^{7-x} = 36.$$

Т9.2. Решите уравнение

$$6^{12-x} = 4^x.$$

Т9.3. Решите уравнение

$$6^{16+x} = \frac{1}{36}.$$

Т9.4. Решите уравнение

$$8^{18+x} = \frac{1}{64}.$$

Т9.5. Найдите корень уравнения

$$\left(\frac{1}{7}\right)^{7+x} = 49.$$

Т9.6. Найдите корень уравнения

$$\left(\frac{1}{6}\right)^{6+x} = 36.$$

Т9.7. Решите уравнение

$$2^x \cdot 3^x = 36.$$

Т9.8. Решите уравнение

$$5^{2x-1} \cdot 5^{x-1} = 5.$$

Т9.9. Найдите корень уравнения

$$\left(\frac{5}{7}\right)^x = 1,4.$$

Т9.10. Решите уравнение

$$5^x \cdot 2^{-x} = 0,4.$$

Тренировочная работа 10

Т10.1. Решите уравнение

$$7^{x-3} = 7^{3x+1}.$$

Т10.2. Решите уравнение

$$5^{11-x} = 5^{x-9}.$$

Т10.3. Решите уравнение

$$6^{x-8} = 36^{x-18}.$$

Т10.4. Решите уравнение

$$6^{12-x} = 36^x.$$

Т10.5. Решите уравнение

$$\left(\frac{1}{7}\right)^{x-7} = 7^{x-17}.$$

Т10.6. Решите уравнение

$$11^{4-x} = \left(\frac{1}{11}\right)^{3x-7}$$

Т10.7. Решите уравнение

$$13^{11-x} = 7^{11-x}.$$

Т10.8. Найдите корень уравнения

$$11^{13-x} = 5^{x-13}.$$

Т10.9. Решите уравнение

$$2^{7-x} = 100 \cdot 5^{x-7}.$$

Т10.10. Найдите корень уравнения

$$2^x \cdot 3^x = 36^{x-4}.$$

Ответы:

Т10.1

--	--	--	--	--	--	--	--

Т10.2

--	--	--	--	--	--	--	--

Т10.3

--	--	--	--	--	--	--	--

Т10.4

--	--	--	--	--	--	--	--

Т10.5

--	--	--	--	--	--	--	--

Т10.6

--	--	--	--	--	--	--	--

Т10.7

--	--	--	--	--	--	--	--

Т10.8

--	--	--	--	--	--	--	--

Т10.9

--	--	--	--	--	--	--	--

Т10.10

--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Логарифмические уравнения. Решения задач 11 и 12 диагностической работы

Решение очень многих логарифмических уравнений после некоторых преобразований сводится к решению одного или нескольких уравнений вида

$$\log_a f(x) = b \quad \text{или} \quad \log_a f(x) = \log_a g(x),$$

где $a > 0$, $a \neq 1$.

Для решения уравнения $\log_a f(x) = b$ достаточно только знания определения логарифма, из которого вытекает, что $f(x) = a^b$ (условие $f(x) > 0$ при этом, очевидно, выполняется, т. к. $a^b > 0$).

Из уравнения $\log_a f(x) = \log_a g(x)$ следует, что $f(x) = g(x)$. В силу последнего равенства достаточно проверить корни полученного уравнения на выполнение только одного из неравенств $f(x) > 0$ либо $g(x) > 0$. В самом деле, если $g(x_0) > 0$, то в силу равенства $f(x_0) = g(x_0)$ получим, что и $f(x_0) > 0$. Задания 11 и 12 диагностических работ представляют собой уравнения указанных типов и сводятся в большинстве случаев к линейным уравнениям.

11. Решите уравнение

$$\log_4(5 + x) = 2.$$

Решение. Из определения логарифма следует, что

$$5 + x = 4^2,$$

откуда $x = 11$.

Ответ: 11.

12. Решите уравнение

$$\log_3(2x - 3) = \log_3(18 - x).$$

Решение. Поскольку основания логарифмов равны, можно перейти к системе

$$\begin{cases} 2x - 3 = 18 - x, \\ 2x - 3 > 0. \end{cases}$$

Корнем уравнения системы является число 7. При $x = 7$ неравенство системы, очевидно, выполнено.

Ответ: 7.

Решения задач 11 и 12 диагностической работы

Логарифмические уравнения, содержащие переменную в основании логарифма, которые могут встретиться в части 1 ЕГЭ, не слишком сильно отличаются по уровню сложности от уравнений, содержащих логарифмы только с постоянным основанием. Нужно лишь не забывать записывать дополнительные ограничения: выражение, стоящее в основании логарифма и содержащее переменную, должно быть положительно и отлично от единицы.

Решим в качестве примера уравнение

$$\log_{5-x} 169 = 2.$$

По определению логарифма находим, что

$$(5 - x)^2 = 169,$$

причем

$$5 - x > 0, \quad 5 - x \neq 1.$$

Из уравнения $(5 - x)^2 = 169$ получаем, что

$$5 - x = 13 \quad \text{либо} \quad 5 - x = -13.$$

Последнее равенство противоречит условию $5 - x > 0$. Значит, $5 - x = 13$, откуда $x = -8$.

Рассмотрим ещё один простой на первый взгляд пример, который порой вызывает затруднения, поскольку основания у логарифмов здесь различны (правда, выражения под знаками логарифмов одинаковы — именно это и дает ключ к решению). Решим уравнение

$$\log_{11}(19 - x) = \log_{13}(19 - x).$$

Для решения этого примера можно рассуждать по-разному. Вспомним, что логарифм — не что иное, как обозначение степени. Из уравнения следует, что число $19 - x$ должно одновременно являться и степенью числа 11, и степенью числа 13. Последнее возможно, лишь если каждая из этих степеней равна нулю, т. е. если

$$19 - x = 11^0 = 13^0 = 1,$$

откуда $x = 18$.

Другой способ заключается в переходе к новому основанию, в качестве которого в данном случае лучше выбрать 11

Решения задач 11 и 12 диагностической работы

или 13. Перейдя, например, к основанию 11, получим

$$\log_{11}(19-x) = \frac{\log_{11}(19-x)}{\log_{11} 13}.$$

Далее остается перенести слагаемые в левую часть и вынести общий множитель:

$$\log_{11}(19-x) - \frac{\log_{11}(19-x)}{\log_{11} 13} = 0,$$

$$\log_{11}(19-x) \left(1 - \frac{1}{\log_{11} 13}\right) = 0.$$

Поскольку $1 - \frac{1}{\log_{11} 13} \neq 0$, получим, что $\log_{11}(19-x) = 0$, откуда $19-x=1$, $x=18$.

Тренировочная работа 11

T11.1. Решите уравнение

$$\log_5(7 - x) = 2.$$

T11.2. Решите уравнение

$$\log_3(6 - x) = 3.$$

T11.3. Решите уравнение

$$\log_2(4 - x) = 3.$$

T11.4. Найдите корень уравнения

$$\log_{49}(x - 6) = 0,5.$$

T11.5. Найдите корень уравнения

$$\log_{\frac{1}{7}}(6 - x) = -2.$$

T11.6. Найдите корень уравнения

$$\log_{\frac{1}{8}}(7 - x) = -2.$$

T11.7. Найдите корень уравнения

$$\log_{\frac{1}{9}}(9 - x) = -2.$$

T11.8. Решите уравнение

$$\log_{6-x} 81 = 2.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

T11.9. Решите уравнение

$$\log_{3-x} 25 = 2.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

T11.10. Решите уравнение

$$\log_{x-7} 64 = 2.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

Ответы:

T11.1

T11.2

T11.3

T11.4

T11.5

T11.6

T11.7

T11.8

T11.9

T11.10

Образец написания:

Ответы:

T12.1

--	--	--	--	--	--	--	--

T12.2

--	--	--	--	--	--	--	--

T12.3

--	--	--	--	--	--	--	--

T12.4

--	--	--	--	--	--	--	--

T12.5

--	--	--	--	--	--	--	--

T12.6

--	--	--	--	--	--	--	--

T12.7

--	--	--	--	--	--	--	--

T12.8

--	--	--	--	--	--	--	--

T12.9

--	--	--	--	--	--	--	--

T12.10

--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Тренировочная работа 12

T12.1. Найдите корень уравнения

$$\log_6(x+11) = \log_7(x+11).$$

T12.2. Решите уравнение

$$\log_6(x+17) = \log_6(2x+7).$$

T12.3. Решите уравнение

$$\log_{17}(4x-9) = \log_{17} x.$$

T12.4. Решите уравнение

$$\log_{13}(x^2-2x) = \log_{13}(x^2-24).$$

T12.5. Найдите корень уравнения

$$\log_3(7-x) = \log_3(1-x) + 1.$$

T12.6. Решите уравнение

$$\log_5 x = -\log_{0,2}(14-x).$$

T12.7. Найдите корень уравнения

$$\log_9(2x+5) = 0,5 \cdot \log_3(x+11).$$

T12.8. Найдите корень уравнения

$$2 \cdot \log_4(3x-5) = \log_2(15-x).$$

T12.9. Решите уравнение

$$\log_7(3-x) = \log_6(3-x).$$

T12.10. Решите уравнение

$$\log_{17}(x+5) = \log_{19}(x+5).$$

Диагностическая работа 1

Д1.1. Решите уравнение

$$\frac{5}{9}x = 5\frac{5}{9}.$$

Д1.2. Решите уравнение

$$\frac{1}{3}x^2 = 16\frac{1}{3}.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Д1.3. Решите уравнение

$$\frac{x+15}{x-15} = 4.$$

Д1.4. Решите уравнение

$$\frac{x+8}{5x+7} = \frac{x+8}{7x+5}.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

Д1.5. Решите уравнение

$$\sqrt{\frac{1}{15-4x}} = 0,2.$$

Д1.6. Решите уравнение

$$\sqrt{5-4x} = -x.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

Д1.7. Решите уравнение

$$\sin \pi x = -1.$$

В ответе запишите наименьший положительный корень уравнения.

Д1.8. Решите уравнение

$$\sin \frac{\pi x}{3} = 0,5.$$

В ответе запишите наименьший положительный корень уравнения.

Ответы:

Д1.1

--	--	--	--	--	--	--	--

Д1.2

--	--	--	--	--	--	--	--

Д1.3

--	--	--	--	--	--	--	--

Д1.4

--	--	--	--	--	--	--	--

Д1.5

--	--	--	--	--	--	--	--

Д1.6

--	--	--	--	--	--	--	--

Д1.7

--	--	--	--	--	--	--	--

Д1.8

--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Ответы:

Д1.9

--	--	--	--	--	--	--	--

Д1.10

--	--	--	--	--	--	--	--

Д1.11

--	--	--	--	--	--	--	--

Д1.12

--	--	--	--	--	--	--	--

Диагностическая работа 1

Д1.9. Найдите корень уравнения

$$\left(\frac{1}{9}\right)^{9+x} = 81.$$

Д1.10. Найдите корень уравнения

$$\left(\frac{1}{9}\right)^{x+8} = 9^x.$$

Д1.11. Решите уравнение

$$\log_7(8+x) = 2.$$

Д1.12. Решите уравнение

$$\log_7(5+x) = \log_7(15-x).$$

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Диагностическая работа 2

Д2.1. Решите уравнение

$$x^2 + 9 = (x + 9)^2.$$

Д2.2. Решите уравнение

$$2x^2 - 9x - 5 = 0.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

Д2.3. Решите уравнение

$$\frac{x+5}{x-5} = -9.$$

Д2.4. Решите уравнение

$$x = \frac{x}{x+5}.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Д2.5. Решите уравнение

$$\sqrt{6-5x} = 6.$$

Д2.6. Решите уравнение

$$\sqrt{7+6x} = x.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

Д2.7. Решите уравнение

$$\cos \pi x = 0.$$

В ответе запишите наибольший отрицательный корень уравнения.

Д2.8. Решите уравнение

$$\operatorname{tg} \frac{\pi x}{3} = \sqrt{3}.$$

В ответе запишите наименьший положительный корень уравнения.

Ответы:

Д2.1

--	--	--	--	--	--	--	--

Д2.2

--	--	--	--	--	--	--	--

Д2.3

--	--	--	--	--	--	--	--

Д2.4

--	--	--	--	--	--	--	--

Д2.5

--	--	--	--	--	--	--	--

Д2.6

--	--	--	--	--	--	--	--

Д2.7

--	--	--	--	--	--	--	--

Д2.8

--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Ответы:

Д2.9

--	--	--	--	--	--	--	--

Д2.10

--	--	--	--	--	--	--	--

Д2.11

--	--	--	--	--	--	--	--

Д2.12

--	--	--	--	--	--	--	--

Диагностическая работа 2

Д2.9. Решите уравнение

$$8^{6-x} = 64.$$

Д2.10. Решите уравнение

$$8^{9-x} = 64^x.$$

Д2.11. Найдите корень уравнения

$$\log_{25}(x-4) = 0,5.$$

Д2.12. Решите уравнение

$$\log_5(x^2 + 2x) = \log_5(x^2 + 10).$$

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Диагностическая работа 3

Д3.1. Решите уравнение

$$(x - 6)^2 = -24x.$$

Д3.2. Решите уравнение

$$2x^2 - 15x + 7 = 0.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Д3.3. Решите уравнение

$$\frac{9}{x^2 - 16} = 1.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

Д3.4. Решите уравнение

$$\frac{13x}{2x^2 - 7} = 1.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Д3.5. Решите уравнение

$$\sqrt{8 - 7x} = 8.$$

Д3.6. Решите уравнение

$$\sqrt{8 - 7x} = -x.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

Д3.7. Решите уравнение

$$\sin \frac{\pi x}{8} = -\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

В ответе запишите наибольший отрицательный корень уравнения.

Д3.8. Решите уравнение

$$\operatorname{tg} \frac{\pi x}{6} = -\frac{1}{\sqrt{3}}.$$

В ответе запишите наименьший положительный корень уравнения.

Ответы:

Д3.1

--	--	--	--	--	--	--	--

Д3.2

--	--	--	--	--	--	--	--

Д3.3

--	--	--	--	--	--	--	--

Д3.4

--	--	--	--	--	--	--	--

Д3.5

--	--	--	--	--	--	--	--

Д3.6

--	--	--	--	--	--	--	--

Д3.7

--	--	--	--	--	--	--	--

Д3.8

--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Ответы:

Д3.9

--	--	--	--	--	--	--	--

Д3.10

--	--	--	--	--	--	--	--

Д3.11

--	--	--	--	--	--	--	--

Д3.12

--	--	--	--	--	--	--	--

Диагностическая работа 3

Д3.9. Решите уравнение

$$9^{5-x} = 81.$$

Д3.10. Решите уравнение

$$9^{9-x} = 81^{-x}.$$

Д3.11. Найдите корень уравнения

$$\log_{36}(x-5) = 0,5.$$

Д3.12. Найдите корень уравнения

$$\log_3(x-6) = \log_5(x-6).$$

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Диагностическая работа 4

Д4.1. Решите уравнение

$$(2x + 7)^2 = (2x - 1)^2.$$

Д4.2. Решите уравнение

$$\frac{1}{7}x^2 = 9\frac{1}{7}.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Д4.3. Решите уравнение

$$x = \frac{8x + 25}{x + 8}.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Д4.4. Решите уравнение

$$\frac{11x}{2x^2 + 5} = 1.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Д4.5. Решите уравнение

$$\sqrt{\frac{1}{5 - 2x}} = \frac{1}{3}.$$

Д4.6. Решите уравнение

$$\sqrt{6 + 5x} = x.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

Д4.7. Решите уравнение

$$\cos \frac{\pi x}{2} = -\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

В ответе запишите наибольший отрицательный корень уравнения.

Д4.8. Решите уравнение

$$\operatorname{tg} \frac{\pi x}{2} = 1.$$

В ответе запишите наименьший положительный корень уравнения.

Ответы:

Д4.1

--	--	--	--	--	--	--	--

Д4.2

--	--	--	--	--	--	--	--

Д4.3

--	--	--	--	--	--	--	--

Д4.4

--	--	--	--	--	--	--	--

Д4.5

--	--	--	--	--	--	--	--

Д4.6

--	--	--	--	--	--	--	--

Д4.7

--	--	--	--	--	--	--	--

Д4.8

--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Ответы:

Д4.9

--	--	--	--	--	--	--	--

Д4.10

--	--	--	--	--	--	--	--

Д4.11

--	--	--	--	--	--	--	--

Д4.12

--	--	--	--	--	--	--	--

Диагностическая работа 4

Д4.9. Найдите корень уравнения

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{3+x} = 9.$$

Д4.10. Найдите корень уравнения

$$2^{3+x} = 0,4 \cdot 5^{3+x}.$$

Д4.11. Решите уравнение

$$\log_{x-5} 49 = 2.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

Д4.12. Решите уравнение

$$\log_5(7-x) = \log_5(3-x) + 1.$$

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Диагностическая работа 5

Д5.1. Решите уравнение

$$x^2 - 11 = (x - 11)^2.$$

Д5.2. Решите уравнение

$$x^6 = (5x - 4)^3.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

Д5.3. Решите уравнение

$$4x + \frac{3}{x} = \frac{4x + 3}{x}.$$

Д5.4. Решите уравнение

$$(x - 5)(x + 7) = \frac{x - 5}{x + 7}.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите наименьший из них.

Д5.5. Решите уравнение

$$\frac{\sqrt{x^2 - 9} - 4}{\sqrt{-7x}} = 0.$$

Д5.6. Решите уравнение

$$\sqrt{-2 - x} \sqrt{3 - 2x} = 3.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

Д5.7. Решите уравнение

$$\sin \pi x \cos \frac{\pi}{6} = \cos \pi x \sin \frac{\pi}{3}.$$

В ответе укажите наибольший отрицательный корень.

Д5.8. Решите уравнение

$$\cos \frac{\pi x}{6} = 0,5.$$

В ответе укажите наименьший из тех корней, которые больше 3.

Ответы:

Д5.1

--	--	--	--	--	--	--	--

Д5.2

--	--	--	--	--	--	--	--

Д5.3

--	--	--	--	--	--	--	--

Д5.4

--	--	--	--	--	--	--	--

Д5.5

--	--	--	--	--	--	--	--

Д5.6

--	--	--	--	--	--	--	--

Д5.7

--	--	--	--	--	--	--	--

Д5.8

--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Ответы:

Д5.9

--	--	--	--	--	--	--	--

Д5.10

--	--	--	--	--	--	--	--

Д5.11

--	--	--	--	--	--	--	--

Д5.12

--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Диагностическая работа 5

Д5.9. Решите уравнение

$$\frac{3x^2 - 81}{x - 2} = 0.$$

Д5.10. Решите уравнение

$$8 \cdot 16^x - 6 \cdot 4^x + 1 = 0.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

Д5.11. Решите уравнение

$$\log_3(x^2 - 12) = \log_3(-x).$$

Д5.12. Решите уравнение

$$\log_2(x^2 - 7) = \log_{x+4}(x + 4).$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

Ответы

Диагностическая работа

1. 22. 2. $-0,5$. 3. -10 . 4. -4 . 5. -5 . 6. -3 . 7. $0,5$. 8. -1 . 9. 2. 10. -3 . 11. 11.
12. 7.

Тренировочная работа 1 (Т1)

1. 12. 2. 12. 3. $-0,5$. 4. $-0,5$. 5. 6. 6. $-4,5$. 7. 0. 8. -10 . 9. 2,5. 10. $-3,5$.

Тренировочная работа 2 (Т2)

1. $-0,5$. 2. $0,5$. 3. -3 . 4. 7. 5. -8 . 6. $0,25$. 7. 2. 8. -2 . 9. -7 . 10. -10 .

Тренировочная работа 3 (Т3)

1. -2 . 2. $-2,5$. 3. -1 . 4. 2. 5. -4 . 6. $-7,2$. 7. 10. 8. $0,5$. 9. 5. 10. 5.

Тренировочная работа 4 (Т4)

1. -6 . 2. 10. 3. 1. 4. -6 . 5. 3. 6. -5 . 7. 5. 8. 5. 9. -6 . 10. $0,5$.

Тренировочная работа 5 (Т5)

1. -7 . 2. -4 . 3. 7. 4. 9. 5. 2. 6. 5. 7. $-0,5$. 8. $-1,5$. 9. $-1,5$. 10. 4.

Тренировочная работа 6 (Т6)

1. $2,25$. 2. -7 . 3. 4. 4. -2 . 5. 4. 6. 3. 7. -3 . 8. 1. 9. 3. 10. 2.

Тренировочная работа 7 (Т7)

1. -1 . 2. $0,5$. 3. $-0,25$. 4. 2. 5. 2. 6. -7 . 7. 2. 8. 15. 9. -2 . 10. -4 .

Тренировочная работа 8 (Т8)

1. -4 . 2. 3. 3. $-1,5$. 4. 1. 5. -2 . 6. 2. 7. -1 . 8. 2. 9. -6 . 10. 12.

Тренировочная работа 9 (Т9)

1. 5. 2. 6. 3. -18 . 4. -20 . 5. -9 . 6. -8 . 7. 2. 8. 1. 9. -1 . 10. -1 .

Ответы

Тренировочная работа 10 (Т10)

1. -2. 2. 10. 3. 28. 4. 6. 5. 12. 6. 1,5. 7. 11. 8. 13. 9. 5. 10. 8.

Тренировочная работа 11 (Т11)

1. -18. 2. -21. 3. -4. 4. 13. 5. -43. 6. -57. 7. -40. 8. -3. 9. -2. 10. 15.

Тренировочная работа 12 (Т12)

1. -10. 2. 10. 3. 3. 4. 12. 5. -2. 6. 7. 7. 6. 8. 5. 9. 2. 10. -4.

Диагностическая работа 1 (Д1)

1. 10. 2. -7. 3. 25. 4. 1. 5. -2,5. 6. -5. 7. 1,5. 8. 0,5. 9. -11. 10. -4. 11. 41.
12. 5.

Диагностическая работа 2 (Д2)

1. -4. 2. 5. 3. 4. 4. -4. 5. -6. 6. 7. 7. -0,5. 8. 1. 9. 4. 10. 3. 11. 9. 12. 5.

Диагностическая работа 3 (Д3)

1. -6. 2. 0,5. 3. 5. 4. -0,5. 5. -8. 6. -8. 7. -2. 8. 5. 9. 3. 10. -9. 11. 11.
12. 7.

Диагностическая работа 4 (Д4)

1. -1,5. 2. -8. 3. -5. 4. 0,5. 5. -2. 6. 6. 7. -1,5. 8. 0,5. 9. -5. 10. -2.
11. 12. 12. 2.

Диагностическая работа 5 (Д5)

1. 6. 2. 4. 3. 1. 4. -8. 5. -5. 6. -3. 7. -0,75. 8. 10. 9. -2. 10. -0,5. 11. -4.
12. 3.

Содержание

От редакторов серии	3
Введение	4
Диагностическая работа	6
Целые рациональные уравнения. Решения задач 1 и 2 диагностической работы .	8
Тренировочная работа 1	9
Тренировочная работа 2	10
Дробно-рациональные уравнения. Решения задач 3 и 4 диагностической работы	12
Тренировочная работа 3	13
Тренировочная работа 4	14
Иррациональные уравнения. Решения задач 5 и 6 диагностической работы	16
Тренировочная работа 5	18
Тренировочная работа 6	19
Тригонометрические уравнения. Решения задач 7 и 8 диагностической работы .	21
Тренировочная работа 7	23
Тренировочная работа 8	25
Показательные уравнения. Решения задач 9 и 10 диагностической работы	27
Тренировочная работа 9	28
Тренировочная работа 10	29
Логарифмические уравнения. Решения задач 11 и 12 диагностической работы . .	30
Тренировочная работа 11	33
Тренировочная работа 12	34
Диагностическая работа 1	35
Диагностическая работа 2	37
Диагностическая работа 3	39
Диагностическая работа 4	41
Диагностическая работа 5	43
Ответы	45

Шестаков Сергей Алексеевич

ЕГЭ 2012. МАТЕМАТИКА. ЗАДАЧА В5. ПРОСТЕЙШИЕ УРАВНЕНИЯ. РАБОЧАЯ ТЕТРАДЬ

Под редакцией А. Л. Семенова и И. В. Яценко

Подписано в печать 10.10.2011 г. Формат $70 \times 90 \frac{1}{16}$. Бумага офсетная.

Печать офсетная. Печ. л. 3. Тираж 7000 экз. Заказ № 8576.

Издательство Московского центра
непрерывного математического образования.

119002, Москва, Большой Власьевский пер., д. 11. Тел. (499) 241-74-83

Отпечатано в соответствии с предоставленными материалами
в ЗАО «ИПК Парето-Принт», г. Тверь, www.pareto-print.ru.

Книги издательства МЦНМО можно приобрести в магазине «Математическая книга»,
Большой Власьевский пер., д. 11. Тел. (499) 241-72-85. E-mail: biblio@mcsmo.ru
