Под редакцией Е.А. Семенко

МАТЕМАТИКА

Государственная Итоговая Аттестация

(в новой форме)

9 класс

ТЕМАТИЧЕСКИЕ ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ЗАДАНИЯ

ПОВЫШЕННЫЙ УРОВЕНЬ

- *Более 350 заданий по 10 темам*
- *10 вариантов на каждую тему*
- *Критерии оценивания*
- *Ответы*

Под редакцией Е.А. Семенко

МАТЕМАТИКА

9 класс

ГОСУДАРСТВЕННАЯ ИТОГОВАЯ АТТЕСТАЦИЯ
(в новой форме)

ТЕМАТИЧЕСКИЕ ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ЗАДАНИЯ

ПОВЫШЕННЫЙ УРОВЕНЬ

Рекомендовано ИСМО Российской Академии Образования для подготовки выпускников всех типов образовательных учреждений РФ к сдаче экзаменов в форме ГИА

Более 350 заданий по 10 темам
10 вариантов на каждую тему
Критерии оценивания
Ответы

Издательство
«ЭКЗАМЕН»
МОСКВА
2011

УДК 372.8:51(075)
ББК 74.262.21
Г72

Рецензенты:

Кирий К.А. — кандидат физико-математических наук,
доцент Кубанского государственного технологического университета
Копелевич Р.Б. — заслуженный учитель России

Г72 **ГИА**. Математика. 9 класс. Государственная итоговая аттестация (в новой форме). Тематические тренировочные задания. Повышенный уровень / Е.А. Семенко, Е.Н. Белай, Г.Н. Ларкин, В.Н. Сукманюк; под. ред. Е.А. Семенко. — М.: Издательство «Экзамен», 2011. — 77, [3] с. (Серия «ГИА. Тематические тренировочные задания»)

ISBN 978-5-377-03562-6

Настоящий сборник предназначен для подготовки к экзамену (в новой форме) по математике в 9 классе на повышенном уровне.

В сборник включено более 350 заданий по 10 темам, позволяющим проверить подготовку учащихся по всем разделам курса математики основной школы на повышенном уровне. Все задания распределены по вариантам для проведения самостоятельных работ по соответствующим темам.

Адресуется учителям математики и учащимся 9 классов.

Приказом № 729 Министерства образования и науки Российской Федерации учебные пособия издательства «Экзамен» допущены к использованию в общеобразовательных учреждениях.

УДК 372.8:51(075)
ББК 74.262.21

Подписано в печать 03.09.2010. Формат 70x108/16.
Гарнитура «Школьная». Бумага газетная. Уч.-изд. л. 2,36.
Усл. печ. л. 7. Тираж 5000 экз. Заказ № 2924.

ISBN 978-5-377-03562-6

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие 4

Тема 1. Числа 7

Тема 2. Буквенные выражения 10

Тема 3. Тождественные преобразования выражений 14

Тема 4. Уравнения, системы уравнений и текстовые задачи 17

4.1. Линейные уравнения и системы уравнений 17

4.2. Квадратные уравнения и системы уравнений 20

4.3. Текстовые задачи 23

Тема 5. Неравенства и системы неравенств 27

Тема 6. Последовательности. Арифметическая прогрессия 31

Тема 7. Геометрическая прогрессия 35

Тема 8. Общие свойства функций 39

Тема 9. Квадратичная функция, ее свойства и график 44

Тема 10. Комбинаторика. Элементы теории вероятностей и статистики 48

Критерии оценивания заданий с развернутым ответом 53

Общие подходы к формированию критериев оценивания 53

Критерии проверки и оценивания двухбалльных заданий с развернутым ответом 54

Критерии проверки и оценивания трехбалльных заданий с развернутым ответом 57

Критерии проверки и оценивания четырехбалльных заданий с развернутым ответом 61

Ответы 67

Литература 79

Предисловие

Настоящий сборник предназначен для подготовки к письменному экзамену по математике в 9 классе в новой форме государственной (итоговой) аттестации на повышенном уровне. Он входит в комплект, состоящий из трех сборников. Первый — это тематический сборник заданий базового уровня сложности, второй — который вы держите в своих руках — тематический сборник заданий повышенного уровня сложности, третий — это сборник тренировочных вариантов, содержащих задания разного уровня сложности по различным темам.

Основная цель обновления системы государственной аттестации по алгебре в 9 классе — усиление дифференцирующих возможностей экзаменационной проверки.

В условиях введения профильного обучения в старшей школе результаты экзамена за курс основной школы должны обеспечить возможность зачисления учащихся в профильные классы без дополнительных испытаний. Экзамен призван помочь школьникам и их родителям принять обоснованные решения при выборе профиля дальнейшего обучения. Дифференцирующие возможности экзамена должны быть такими, чтобы его результаты можно было использовать для итоговой аттестации всех выпускников 9-х классов (включая, быть может, и выпускников классов с углубленным изучением математики). Содержание заданий, включенных в экзаменационную работу, находится в рамках содержания образования, обозначенного «Федеральным компонентом государственного стандарта общего образования. Математика. Основное общее образование; 2004». Но представлено оно будет задачами широкого диапазона сложности, вплоть до достаточно трудных, требующих глубокого владения материалом, обширных системных знаний, в ряде случаев нестандартного мышления.

С 2004 года в ряде школ Краснодарского края проводится государственная аттестация по алгебре в 9-х классах в новой форме. Новая форма от традиционной отличается как по организации процедуры проведения экзамена, так и по структуре экзаменационной работы.

Структура работы: работа состоит из двух частей. Первая часть направлена на проверку базовой подготовки школьников и состоит из 18 заданий базового уровня сложности, соответствующего обязательному минимуму содержания образования. Вторая — на дифференцированную проверку в достаточно широком диапазоне уровней владения материалом и содержит 5 заданий повышенного и высокого уровня сложности. Каждому учащемуся персонально выдается вариант текста заданий первой и второй части, а также листы для записи решений второй части.

Ход решения заданий второй части должен быть подробно описан. В зависимости от правильности и полноты описания решения за одну и ту же задачу учащийся может получить различное количество баллов.

Для получения оценки «5» учащимся необходимо научиться решать задачи повышенного уровня сложности.

Поэтому при изучении или повторении конкретной темы рекомендуем проводить контроль усвоения материала с помощью самостоятельных работ по предложенным в сборнике вариантам. При этом следует сообщить учащимся, что для получения хорошей и удовлетворительной оценки достаточно уметь решать задания базового уровня сложности, аналогичные тем, которые приведены в «Тематическом сборнике заданий базового уровня сложности», а отличную оценку можно получить только при условии решения заданий повышенного уровня сложности, например, таких, как представлены в данном сборнике.

Структура сборника. Структура сборника продиктована структурой и особенностями экзамена. Сборник содержит варианты для проведения самостоятельных работ (20 минут) по следующим темам: «Числа», «Буквенные выражения», «Тождественные преобразования выражений», «Уравнения и текстовые задачи», «Неравенства», «Последовательности. Арифметическая прогрессия», «Геометрическая прогрессия», «Общие свойства функций», «Квадратичная функция, ее свойства и график», «Комбинаторика. Элементы теории вероятностей и статистики».

Каждый вариант представленного сборника в основном содержит 3 задания повышенного уровня сложности, решение которых может оцениваться в 2, 3 или 4 балла в зависимости от полноты описания решения. В сборнике приведены критерии оценивания заданий. Перед каждым заданием в скобках указано максимальное количество баллов, которое можно получить за решение этой задачи. За решение варианта в целом можно набрать 9 баллов.

При оценивании самостоятельной работы рекомендуем применять следующую шкалу выставления оценок: если за решение варианта учащийся набрал 0 баллов — оценка «2», от 1 до 2 баллов — оценка «3», от 3 до 4 баллов оценка «4», 5 и более баллов — оценка «5».

В сборник включено 350 заданий, позволяющих проверить подготовку учащихся по всем основным разделам курса алгебры основной школы на повышенном уровне.

Все варианты снабжены ответами и могут быть использованы для предварительной оценки уровня подготовки учащихся 9-х классов.

Авторы искренне благодарны рецензентам К.А. Кирий и Р.Б. Копелевич за полезные советы и внимательную экспертизу материалов сборника.

Адресуя этот сборник учителям математики и учащимся, авторы просят направлять свои отзывы, замечания и пожелания по адресу: 350080 г. Краснодар, ул. Сормовская, 167, ауд. 223, ГОУ КК ККИДППО, кафедра физико-математических дисциплин и информатики, тел. 8(861)2329631, а также по адресу: semenkoe@mail.ru.

Е.А. Семенко

Тема 1

ЧИСЛА

Вариант № 1

1. (2) Число 1,(2) представьте в виде несократимой неправильной дроби.
2. (3) Докажите, что значение выражения $n^2 + 7n + 12$ делится на 2 при любом натуральном n.
3. (4) Сравните числа $\sqrt{7} + \sqrt{4}$ и $\sqrt{6} + \sqrt{5}$.

1.1
1.2
1.3

Вариант № 2

1. (2) Число 1,(4) представьте в виде несократимой неправильной дроби.
2. (3) Докажите, что значение выражения $n^2 + 5n + 6$ делится на 2 при любом натуральном n.
3. (4) Сравните числа $\sqrt{2} + \sqrt{5}$ и $\sqrt{3} + \sqrt{4}$.

2.1
2.2
2.3

Вариант № 3

1. (2) Запишите число 0,(12) в виде обыкновенной дроби.
2. (3) Автобус проехал a километров, что составляет 35 % всего пути. С какой скоростью он должен ехать, чтобы проделать оставшийся путь за 2 часа?
3. (4) Вычислите: $\sqrt{7 - 4\sqrt{3}} \cdot \left(2 + \sqrt{3}\right) + 4$.

3.1
3.2
3.3

Вариант № 4

1. (2) Запишите число 0,(25) в виде обыкновенной дроби.
2. (3) Ученик решил t задач, что составляет 40 % всего задания на лето. Сколько в среднем задач в день он должен решать, чтобы выполнить оставшуюся часть задания за неделю?
3. (4) Вычислите: $\sqrt{11 + 6\sqrt{2}} \cdot \left(3 - \sqrt{2}\right) - 5$.

4.1
4.2
4.3

Вариант № 5

5.1

1. (2) Найдите число, равное сумме $0{,}1(6)+\frac{5}{6}$.

5.2

2. (3) Мастер сделал k деталей, что составляет 24 % всего заказа. Известно, что $50 < k < 63$. С какой производительностью он должен работать, чтобы закончить оставшуюся часть заказа за 10 дней?

5.3

3. (4) Сравните числа $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ и $\sqrt{10}$.

Вариант № 6

6.1

1. (2) Найдите число, равное сумме $0{,}1(3)+\frac{1}{5}$.

6.2

2. (3) Брат и сестра собирали орехи. Брат собрал k штук орехов, а сестра собрала 80 % от этого количества орехов. Известно, что $25 < k < 35$. Сколько орехов собрала сестра?

6.3

3. (4) Сравните числа $\sqrt{2}+\sqrt{5}$ и $\sqrt{15}$.

Вариант № 7

7.1

1. (2) Сколько процентов составляет наименьшее из чисел 17; 38; 8; 13; 4 от их среднего арифметического?

7.2

2. (3) Докажите, что значение выражения n^3+3n^2+2n делится на 3 при любом натуральном n.

7.3

3. (4) Найдите число, которое является значением выражения

$$\left(\sqrt{\left(\sqrt{5}-2{,}5\right)^2}-\sqrt[3]{\left(1{,}5-\sqrt{5}\right)^3}\right)^2-1.$$

Вариант № 8

8.1

1. (2) Сколько процентов составляет наибольшее из чисел 20, 12, 19, 14, 15 от их среднего арифметического?

8.2

2. (3) Докажите, что значение выражения n^3-n делится на 3 при любом натуральном n.

3. (4) Найдите число, которое является значением выражения

$$\left(\sqrt{\left(\sqrt{2}-1,5\right)^2}-\sqrt[3]{\left(1-\sqrt{2}\right)^3}\right)^2+0,75.$$

8.3

Вариант № 9

1. (2) Найдите все такие двузначные натуральные числа, при перестановке цифр в которых это число увеличивается на 9.

9.1

2. (3) Швейная фабрика закупила m метров ткани для пошива мужских костюмов, что составило 70% от количества ткани, приобретенной для пошива женских костюмов. Всего было закуплено 340 метров ткани. Сколько метров ткани приобретено для пошива женских костюмов?

9.2

3. (4) Число, которое является значением выражения $\sqrt{\sqrt{47}-\sqrt{17}}\cdot\sqrt{\sqrt{47}+\sqrt{17}}$, расположено между двумя последовательными целыми числами. Найдите среднее арифметическое этих чисел.

9.3

Вариант № 10

1. (2) Найдите все такие двузначные натуральные числа, при перестановке цифр в которых это число уменьшается на 63.

10.1

2. (3) Ученик изготовил t деталей, что составило 60 % объема работы, выполненной мастером. Вместе они изготовили 80 деталей. Сколько деталей изготовил мастер?

10.2

3. (4) Число, которое является значением выражения $\sqrt{\sqrt{71}-\sqrt{21}}\cdot\sqrt{\sqrt{71}+\sqrt{21}}$, расположено между двумя последовательными целыми числами. Найдите среднее арифметическое этих чисел.

10.3

Тема 2

БУКВЕННЫЕ ВЫРАЖЕНИЯ

Вариант № 1

1.1

1. (2) Найдите значение выражения $x^2 + 2x + 11$ при $x = \dfrac{\sqrt{3} - 2}{2}$.

1.2

2. (3) Из формулы $b = \dfrac{ac^2}{a - c}$ выразите a.

1.3

3. (4) Найдите значения переменных x и y, при которых выражение

$$1 - \frac{2}{2 - \dfrac{x}{x - 1}} + \frac{2}{3 - \dfrac{2}{y}}$$

не имеет смысла.

Вариант № 2

2.1

1. (2) Найдите значение выражения $a^2 + 4b^2 + 5 - 4ab$ при $a = 10 - \sqrt{8}$, $b = 3 - \sqrt{2}$.

2.2

2. (3) Из формулы $b = \sqrt{\dfrac{ak}{k - a}}$ выразите a.

2.3

3. (4) При каких значениях переменной x не имеет смысла выражение $\dfrac{2}{x^2} - \dfrac{2}{2 - \dfrac{x}{x - 2}}$?

Вариант № 3

3.1

1. (2) Найдите значение выражения $x^2 + y^2 - 2xy + 3$ при $x = 3 - \sqrt{2}$, $y = 3 + \sqrt{2}$.

3.2

2. (3) Из формулы $\sqrt{k} = \dfrac{\sqrt{b}\left(\sqrt{b} - a\right)}{a - 1}$ выразите a.

3. (4) При каких значениях переменных x и y выражение

$$1+\frac{2}{2+\frac{y}{y-1}}-\frac{2}{3-\frac{2}{x}}$$

имеет смысл?

3.3

Вариант № 4

1. (2) Найдите значение выражения $b^2+2\sqrt{3}\cdot b+5$ при $b=7-\sqrt{3}$.

4.1

2. (3) Из формулы $m^2=\frac{\sqrt{n}\left(n\sqrt{n}-k\right)}{3k-1}$ выразите k.

4.2

3. (4) При каких значениях переменной y не имеет смысла выражение $\frac{7}{y}+\frac{7}{7+\frac{y}{y+8}}$?

4.3

Вариант № 5

1. (2) Найдите значение выражения y^2-6y+8 при $y=\sqrt{7}+3$.

5.1

2. (3) Из формулы $l^2=\frac{a+2m}{am-1}$ выразите m.

5.2

3. (4) При каких значениях a и b выражение $\left(\sqrt{a-2}\right)^{-2}+\left(\sqrt{b+3}\right)^{-2}$ имеет смысл?

5.3

Вариант № 6

1. (2) Найдите значение выражения $\frac{x^4}{4}+\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}-x+1$ при $x=\sqrt{3}$.

6.1

2. (3) Из формулы $k=\sqrt{\frac{a\sqrt{2b}}{a-\sqrt{b}}}$ выразите a.

6.2

3. (4) Найдите область определения выражения

$$\left(\sqrt{3+a}\right)^{-2}-\left(\sqrt{3-2b}\right)^{2}.$$

6.3

Вариант № 7

7.1

7.2

7.3

1. (2) Найдите значение выражения $b^2 - 2\sqrt{2}b - 5$ при $b = \sqrt{2} - 3$.

2. (3) Найдите значение выражения $x^2 + \dfrac{1}{x^2}$, если $x + \dfrac{1}{x} = 8$.

3. (4) При каких значениях a выражение

$$\frac{\sqrt{a^2 - 25}}{5} + \frac{5a}{\left(\sqrt{5 - a}\right)^2}$$

не имеет смысла?

Вариант № 8

8.1

8.2

8.3

1. (2) Найдите значение выражения $\dfrac{x^4}{3} + \dfrac{x^3}{2} + \dfrac{x^2}{4} - x - 1$ при $x = -\sqrt{2}$.

2. (3) Найдите значение выражения $x^2 + \dfrac{1}{x^2}$, если $x - \dfrac{1}{x} = 6$.

3. (4) При каких значениях b выражение

$$\frac{\sqrt{b - 2}}{2} - \frac{3}{\sqrt{9 - b^2}}$$

имеет смысл?

Вариант № 9

9.1

9.2

1. (2) Найдите значение выражения $\dfrac{2}{3 - \sqrt{a}} + \dfrac{2}{3 + \sqrt{a}}$ при $a = 7$.

2. (3) Найдите значение выражения $x^3 + \dfrac{1}{x^3}$, если $x + \dfrac{1}{x} = 3$.

3. (4) При каких значениях m выражение

$$\frac{1}{5m^2}+\frac{5}{\left(\sqrt{5-m}\right)^2}$$

имеет смысл?

9.3

Вариант № 10

1. (2) Найдите значение выражения $\frac{a-1}{1+\sqrt{a}}-\sqrt{a}$ при $a=2$.

10.1

2. (3) Найдите значение выражения $x^3-\frac{1}{x^3}$, если $x-\frac{1}{x}=4$.

10.2

3. (4) При каких значениях a выражение

$$\left(\sqrt{a-2}\right)^{-2}+\left(\sqrt{3-a}\right)^{-2}$$

имеет смысл?

10.3

Тема 3

ТОЖДЕСТВЕННЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ВЫРАЖЕНИЙ

Вариант № 1

1.1

1. (2) Сократите дробь $\dfrac{y^3 - 9y + y^2 - 9}{6y + 18}$.

1.2

2. (3) Упростите выражение

$$\left(\sqrt{4 - b^2}\right)^2 - 2\sqrt{(b + 2)^2} - 1.$$

1.3

3. (4) Разложите на множители $2x^4 + 6x^2 - 56$.

Вариант № 2

2.1

1. (2) Сократите дробь $\dfrac{8xy - 4x + 2y - 1}{4y^2 - 4y + 1}$.

2.2

2. (3) Упростите выражение

$$\left(\sqrt{9 - a^2}\right)^2 - 2\sqrt{(a + 3)^2} - 4.$$

2.3

3. (4) Разложите на множители: $4x^4 - 17x^2 + 4$.

Вариант № 3

3.1

1. (2) Сократите дробь $\dfrac{16x^3 - 54}{6 - 4x}$.

3.2

2. (3) Найдите значение выражения

$$\sqrt{(b - 4)^2} - \left(\sqrt{3 - b}\right)^2 + 2 \text{ при } b = \sqrt{2}.$$

3.3

3. (4) Упростите выражение

$$\left(\sqrt{a} + \sqrt{b}\right)^2 - \left(\sqrt{a} - \sqrt{b}\right)^2 - 4\sqrt{ab} + 1.$$

Вариант № 4

1. (2) Сократите дробь $\dfrac{3x^3+24}{12-6x+3x^2}$.

4.1

2. (3) Найдите значение выражения

$$\sqrt{(2-x)^2}-\sqrt{x^2+2x+1}$$

при $x=2{,}5$.

4.2

3. (4) Упростите выражение

$$\frac{\left(\sqrt{a}-1\right)^2-4}{5\left(\sqrt{a}+1\right)^2}\cdot\frac{10\sqrt{a}+10}{\sqrt{a}-3}.$$

4.3

Вариант № 5

1. (2) Упростите выражение

$$\frac{x^2+4x+4}{4x^2}:\left(\frac{x}{2x-4}-\frac{2}{x^2-2x}\right).$$

5.1

2. (3) Упростите выражение

$$\left(\sqrt{c-5}\right)^2-\sqrt{(3-c)^2}+4.$$

5.2

3. (4) Сократите дробь $\dfrac{(2x+1)^2-(x+2)^2}{3x^2+6x+3}$.

5.3

Вариант № 6

1. (2) Упростите выражение

$$\left(\frac{1}{2m}+\frac{1}{n}\right)^2:\left(\frac{1}{4m^2}-\frac{1}{n^2}\right).$$

6.1

2. (3) Упростите выражение

$$\sqrt{(4-a)^2}+\left(\sqrt{a-7}\right)^2-2a.$$

6.2

3. (4) Разложите на множители:

$$x^2y^2-4x^2+3xy^2-12x-10y^2+40.$$

6.3

7.1

7.2

7.3

Вариант № 7

1. (3) Упростите выражение $\dfrac{x^3y - 2x^2y^2 + xy^3}{x^3y^2 - x^2y^3}$.

2. (3) Найдите значение выражения

$$\sqrt{4x^2 + 4x + 1} - \sqrt{x^2 - 4x + 4}$$

при $x = -0,5$.

3. (4) Упростите выражение $\dfrac{4a^2 - 4\sqrt{3}a + 3}{3\sqrt{3}a^2} : \dfrac{3 - 4a^2}{\sqrt{3}a}$.

8.1

8.2

8.3

Вариант № 8

1. (2) Сократите дробь $\dfrac{6yx^2 - 12xy^2 + 6y^3}{3yx^2 - 3y^3}$.

2. (3) Найдите значение выражения

$$\sqrt{9 + x^2 + 6x} - \sqrt{4x^2 - 12x + 9} \text{ при } x = -2,5.$$

3. (4) Упростите выражение

$$\left(\sqrt{a} - \frac{4\sqrt{a} - 9}{\sqrt{a} - 2}\right) : \left(2\sqrt{a} - \frac{2a\sqrt{a}}{a - 2\sqrt{a}}\right).$$

9.1

9.2

9.3

Вариант № 9

1. (2) Разложите на множители: $a^5 - ba^2 + a^3b^2 - b^3$.

2. (3) Сократите дробь $\dfrac{x^4 - 2x^2 - 3}{3x^2 - x^4}$.

3. (4) Сократите дробь $\dfrac{a^4 - b^4}{a^3 + ab^2 - a^2b - b^3}$.

10.1

10.2

10.2

Вариант № 10

1. (2) Разложите на множители: $y^3 - xy + x^2y^2 - x^3$.

2. (3) Сократите дробь $\dfrac{x^4 - 10x^2 + 9}{x^4 - x^2}$.

3. (4) Упростите выражение $\dfrac{a^3 + b^3}{a - b} : \left(\dfrac{a}{a + b} + \dfrac{b^2}{a^2 - b^2}\right)$.

Тема 4

УРАВНЕНИЯ, СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ И ТЕКСТОВЫЕ ЗАДАЧИ

4.1. Линейные уравнения и системы уравнений

Вариант № 1

1. (2) Решите уравнение $\frac{|x|}{x} + 3x = 5$.

2. (3) Для каждого значения параметра a решите уравнение $ax = 3 + x$.

3. (4) Решите систему уравнений $\begin{cases} x - |y + 1| = 2, \\ 3y - x = 11. \end{cases}$

1.1
1.2
1.3

Вариант № 2

1. (2) Решите уравнение $\frac{|x|}{x} - 3 = 6x$.

2. (3) Для каждого значения параметра a решите уравнение $ax = 5 + x$.

3. (4) Решите систему уравнений $\begin{cases} 2x + |y - 2| = 4, \\ 3y - 2x = 10. \end{cases}$

2.1
2.2
2.3

Вариант № 3

1. (2) Решите уравнение $\frac{|2x - 1|(x + 1)}{3 + 3x} = 1$.

2. (3) Решите уравнение $\frac{2x + 1}{x - 2} - \frac{x - 1}{x + 2} = 1$.

3. (4) При каких значениях a и b система уравнений имеет ровно одно решение

$$\begin{cases} y = 2x + b, \\ y = ax + 3\ ? \end{cases}$$

3.1
3.2
3.3

Вариант № 4

4.1

1. (2) Решите уравнение $\frac{|3x-2|(3x+2)}{8+12x}=1$.

4.2

2. (3) Решите уравнение $\frac{2-x}{x+3}-\frac{2x+1}{3-x}=1$.

4.3

3. (4) При каких значениях k система имеет ровно одно решение

$$\begin{cases} y = x+1, \\ y = kx-1\ ? \end{cases}$$

Вариант № 5

5.1

1. (2) Решите уравнение $\left|\frac{2x-3}{4x+5}\right|=3$.

5.2

2. (3) Решите уравнение $\frac{3-x}{5-x}-\frac{3x+1}{x+5}=-2$.

5.3

3. (4) При каких значениях k система уравнений не имеет решений

$$\begin{cases} y = kx+2, \\ y = -3x+2\ ? \end{cases}$$

Вариант № 6

6.1

1. (2) Решите уравнение $\left|\frac{3x+1}{x-3}\right|=3$.

6.2

2. (3) Решите уравнение $\frac{3x-2}{x-4}-\frac{x+2}{x+4}=2$.

6.3

3. (4) При каких значениях a и b система уравнений

$$\begin{cases} y = 2x+a, \\ y = bx+3 \end{cases}$$

имеет бесконечно много решений?

Вариант № 7

1. (2) Решите уравнение $|2x-5|-|x+1|=2$.

2. (3) Для каждого значения параметра a решите уравнение

$$(a-2)x+5(a-2)=3a^2-6a.$$

3. (4) Решите систему уравнений $\begin{cases} y-|x+1|=2, \\ 3x-y=13. \end{cases}$

7.1

7.2

7.3

Вариант № 8

1. (2) Решите уравнение $|3-x|-|2x+5|=1$.

2. (3) Для каждого значения параметра a решите уравнение

$$(a-4)x=2a^2-8a-3(a-4).$$

3. (4) Решите систему уравнений $\begin{cases} y+|x+3|=3, \\ 4x-y=11. \end{cases}$

8.1

8.2

8.3

Вариант № 9

1. (2) Решите уравнение $|3x-6|-|x+4|=0$.

2. (3) Для каждого значения параметра a решите уравнение

$$(a+3)x+2(a+3)=3a^2+9a.$$

3. (4) Решите систему уравнений $\begin{cases} y-|x-1|=3, \\ 2x-y=14. \end{cases}$

9.1

9.2

9.3

Вариант № 10

1. (2) Решите уравнение $|4-x|-|2x+10|=0$.

2. (3) Для каждого значения параметра a решите уравнение

$$(a+5)x=2a^2+10a-3(a+5).$$

3. (4) Решите систему уравнений $\begin{cases} y-|x-5|=4, \\ 4x-y=10. \end{cases}$

10.1

10.2

10.3

4.2. Квадратные уравнения и системы уравнений

Вариант № 1

1.1
1.2
1.3

1. (2) Решите уравнение $\sqrt{x+2}\cdot\left(x^2+6x+5\right)=0$.

2. (3) Решите уравнение: $\left|x^2+4x\right|=4$.

3. (4) При каких значениях параметра a система уравнений

$$\begin{cases} y = x^2 - |x| \\ y = a \end{cases}$$

имеет ровно три решения?

Вариант № 2

2.1
2.2
2.3

1. (2) Решите уравнение $\sqrt{3-2x}\cdot\left(x^2-4\right)=0$.

2. (3) Решите уравнение $\left|x^2+2x\right|=1$.

3. (4) При каких значениях параметра a система уравнений

$$\begin{cases} y = x^2 - 2|x| \\ y = 2a \end{cases}$$

имеет ровно четыре решения?

Вариант № 3

3.1
3.2
3.3

1. (2) Решите уравнение $\dfrac{(x+3)\left(x^2+5x+6\right)}{x+3}=0$.

2. (3) Решите уравнение

$$\left(x^3+2\right)^2+3\left(x^3+2\right)-18=0.$$

3. (4) При каких значениях параметра a система уравнений

$$\begin{cases} y = |x| - 2x^2 \\ y = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения?

Вариант № 4

1. (2) Решите уравнение $\dfrac{(3x+4)(3x^2+x-4)}{3x+4}=0$.

4.1

2. (3) Решите уравнение $\left(\dfrac{1}{x}-6\right)^2+\dfrac{1}{x}-12=0$.

4.2

3. (4) При каких значениях параметра a система уравнений

$$\begin{cases} y=|x|-x^2 \\ y=\dfrac{1}{2}a \end{cases}$$

не имеет решений?

4.3

Вариант № 5

1. (2) Решите уравнение $4x^2-3|x|+x=0$.

5.1

2. (3) Решите уравнение $2\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^2+x+\dfrac{1}{x}-10=0$.

5.2

3. (4) При каких значениях параметра a прямая $y=9$ и график функции $y=-x^2+(a-1)x+a$ не пересекаются?

5.3

Вариант № 6

1. (2) Решите уравнение $3x^2+2|x|-5x=0$.

6.1

2. (3) Решите уравнение $\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^2+x+\dfrac{1}{x}-2=0$.

6.2

3. (4) При каких значениях параметра a прямая $y=-5$ и график функции $y=x^2-(a+1)x-\dfrac{1}{2}(a-1)$ не пересекаются?

6.3

Вариант № 7

7.1

1. (3) При каких значениях параметра a уравнение $3x^2 - 12x + 2a = 0$ имеет равные корни?

7.2

2. (3) Решите уравнение $\frac{x-2}{x+1} + \frac{x+1}{x-2} = \frac{5}{2}$.

7.3

3. (3) Решите систему уравнений $\begin{cases} xy = 15, \\ (x-5)(y+3) = -16. \end{cases}$

Вариант № 8

8.1

1. (3) При каких значениях параметра a уравнение $4x^2 - 12x + 3a = 0$ не имеет корней?

8.2

2. (3) Решите уравнение $\frac{x+3}{x-1} - \frac{x-1}{x+3} = \frac{3}{2}$.

8.3

3. (3) Решите систему уравнений $\begin{cases} xy = 14, \\ (x-2)(y+1) = 24. \end{cases}$

Вариант № 9

9.1

1. (2) При каких значениях параметра a уравнение $x^2 - 2ax - (2a+1) = 0$ имеет два различных отрицательных корня?

9.2

2. (3) Решите уравнение $2x^4 - 5x^3 + 2x^2 - 5x = 0$.

9.3

3. (4) Решите систему уравнений $\begin{cases} xy = 12, \\ \left(\frac{1}{x} + \frac{2}{3}\right)\left(\frac{1}{y} + \frac{7}{4}\right) = 2. \end{cases}$

Вариант № 10

10.1

1. (2) При каких значениях параметра a уравнение $x^2 - 3ax + 3a - 1 = 0$ имеет два различных положительных корня?

10.2

2. (3) Решите уравнение $3x^4 - 21x^3 + 6x^2 - 42x = 0$.

10.3

3. (4) Решите систему уравнений $\begin{cases} xy = 6, \\ \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{y} - \frac{7}{3}\right) = -2. \end{cases}$

4.3. Текстовые задачи

Вариант № 1

1. (2) Диагональ прямоугольника равна 29 см, а его периметр равен 82 см. Найдите стороны прямоугольника.

1.1

2. (4) Два спортсмена выбегают одновременно — первый из A в B, второй из B в A, бегут с неодинаковыми, но постоянными скоростями и встречаются на расстоянии 300 м от A. Пробежав дорожку AB до конца, каждый из них тотчас поворачивает назад и встречает другого на расстоянии 400 м от B. Найти длину AB.

1.2

Вариант № 2

1. (2) Сторона ромба равна 10 см, а сумма его диагоналей равна 28 см. Найдите площадь этого ромба.

2.1

2. (4) Из двух пунктов, расстояние между которыми 28 км, выходят одновременно навстречу друг другу два пешехода с одинаковыми скоростями. Пройдя 9 км, первый пешеход сделал остановку на 1 ч. После этого он увеличил скорость на 1 км/ч, и встреча пешеходов произошла на расстоянии 4 км от места задержки. Найдите скорость второго пешехода.

2.2

Вариант № 3

1. (2) Бригада рабочих может заасфальтировать всю дорогу за 28 дней. Если производительность труда рабочих увеличивается на 12 м в день, то бригада выполнит работу за 25 дней. Какова длина дороги в метрах?

3.1

2. (4) Автомобиль, пройдя путь от A до B, равный 300 км, повернул назад и через 1 ч 12 мин после выхода из B увеличил скорость на 16 км/ч. В результате на обратный путь он затратил на 48 мин меньше, чем на путь от A до B. Найдите первоначальную скорость автомобиля.

3.2

4.1

4.2

Вариант № 4

1. (2) Садовник может подстричь все кусты малины за 12 дней. Если он увеличит производительность своего труда на 4 куста в день, то выполнит свою работу за 9 дней. Сколько всего кустов малины в саду?

2. (4) Репортер, находящийся в командировке в рабочем поселке, должен успеть в городской аэропорт на самолет. Если он поедет на автобусе, то опоздает на 10 мин. Если же репортер отправится на автомобиле, то, останавливаясь в пути на полчаса, он приедет в аэропорт за 30 мин до вылета самолета. Известно, что расстояние от поселка до аэропорта равно 280 км. Найдите скорость автомобиля, если она на 20 км/ч больше скорости автобуса.

5.1

5.2

Вариант № 5

1. (3) Лыжник должен был пройти 10 км за определенное время. Проделав половину пути, он остановился на 15 мин. Затем, увеличив скорость на 10 км/ч, закончил гонку вовремя. Какова была первоначальная скорость лыжника?

2. (3) В начале года прибыль фирмы составляла 12000 руб. в месяц. В течение года ежемесячная прибыль фирмы дважды увеличивалась на 2 %. Какую прибыль в месяц стала получать фирма к концу года?

6.1

6.2

Вариант № 6

1. (3) Из пункта A в пункт B, расстояние между которыми 80 км, выехал автобус. Проехав половину пути, он остановился на 10 мин. Увеличив скорость на 20 км/ч после остановки, он прибыл в пункт B вовремя. Определите скорость автобуса, с которой он проехал первую половину пути.

2. (3) Клиент сделал вклад в банк в сумме 5000 руб. Условия вклада предполагают годовой доход, равный 6 %. Какая сумма денег будет на счете клиента через 2 года, если в течение этого времени клиент не пополняет счет и не снимает с него?

Вариант № 7

1. (2) Легковой автомобиль проходит расстояние 240 км за время, которое грузовой автомобиль тратит на прохождение 180 км. Какова скорость легкового автомобиля, если известно, что она на 20 км/ч больше скорости грузового автомобиля?

7.1

2. (3) Двое рабочих изготовили 90 деталей. Первый работал 4 дня, второй — 3 дня. Сколько деталей в день изготавливал каждый рабочий, если первый изготовил за три дня на 25 деталей больше, чем второй за два дня?

7.2

Вариант № 8

1. (2) На путь, равный 40 км, велосипедист затратил времени на 1,2 ч больше, чем мотоциклист. Найдите скорость велосипедиста, если она на 30 км/ч меньше скорости мотоциклиста.

8.1

2. (3) Две машинистки напечатали 250 страниц рукописи. Первая работала 5 дней, вторая — 6 дней. Сколько страниц в день печатала каждая машинистка, если первая напечатала за 3 дня на 40 страниц меньше, чем вторая за 4 дня?

8.2

Вариант № 9

1. (2) Моторная лодка отправилась по реке от одной пристани к другой и через 2,5 ч вернулась обратно, затратив на стоянку 25 мин. Найдите скорость течения реки, если собственная скорость лодки равна 20 км/ч, а расстояние между пристанями 20 км.

9.1

2. (4) Во время предновогодней распродажи цена пылесоса дважды снижалась на одно и то же число процентов. Известно, что первоначальная стоимость пылесоса была 6000 р., а окончательная цена составила 4335 р. Сколько стоил пылесос после первого снижения цены?

9.2

10.1

10.2

Вариант № 10

1. (2) Моторная лодка прошла 7,5 км по течению реки и 4,5 км против течения, затратив на весь путь 1 ч. Какова скорость лодки по течению, если собственная скорость лодки равна 12 км/ч?

2. (4) В течение года зарплата рабочего завода дважды повышалась на одно и то же число процентов. Какую зарплату получил рабочий после первого повышения, если в начале года она составляла 15000 р., а в конце года — 17496 р.?

Тема 5

НЕРАВЕНСТВА И СИСТЕМЫ НЕРАВЕНСТВ

Вариант № 1

1. (2) Укажите наибольшее целое значение x, при котором выполняется неравенство

$$\frac{3x-4}{4}-\frac{12-6x}{3}<0.$$

1.1

2. (3) Найдите целые решения системы неравенств

$$\begin{cases} x^2-x-6\le 0, \\ x^2+x-2\ge 0. \end{cases}$$

1.2

3. (4) При каких значениях параметра a неравенство

$$x^2+(2a+6)x+a+3>0$$

выполняется для всех значений x?

1.3

Вариант № 2

1. (2) Найдите наименьшее целое положительное решение неравенства

$$\frac{10+a}{4}-\frac{3-a}{5}>a-\frac{3a+16}{20}.$$

2.1

2. (3) Найдите целые решения системы неравенств

$$\begin{cases} x^2-4x-5\le 0, \\ -x^2+8x-15<0. \end{cases}$$

2.2

3. (4) При каких значениях параметра b неравенство

$$x^2+2(b-4)x+10-3b<0$$

не выполняется ни при каких значениях переменной x?

2.3

Вариант № 3

3.1

1. (2) Решите неравенство $(x-1)(x+1) > -0,36$.

3.2

2. (3) Найдите наименьшее целое решение неравенства

$$\frac{\sqrt{2}x+5}{-7}+2<1\frac{4}{7}.$$

3.3

3. (4) Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система неравенств

$$\begin{cases}3,2-7x<-17,8,\\ x-a<0\end{cases}$$

имеет ровно три целых решения.

Вариант № 4

4.1

1. (2) Решите неравенство $x(x+2)+3-x \le \frac{244}{81}+x$.

4.2

2. (3) Найдите наибольшее целое решение неравенства

$$\frac{\sqrt{3}x+4}{-5}+3>2\frac{4}{5}.$$

4.3

3. (4) Найдите все значения положительного параметра a, при каждом из которых хотя бы одно из решений неравенства $(x+6)(x-a)\ge 0$ принадлежит отрезку $[4;\ 5]$.

Вариант № 5

5.1

1. (2) Найдите область определения выражения

$$\sqrt{12-4x-x^2}.$$

5.2

2. (3) Решите неравенство $\frac{x+5}{3}\ge\left(\sqrt{x-3}\right)^2$.

5.3

3. (4) Укажите все значения параметра a, при которых система неравенств

$$\begin{cases}5\le x\le 8,\\ (x-1)(x-a)\le 0\end{cases}$$

имеет ровно одно целое решение.

Вариант № 6

1. (2) При каких значениях x имеет смысл выражение

$$\sqrt{\frac{1}{4}x^2 - 2x}\ ?$$

2. (3) Решите неравенство $\frac{3x-25}{2} \le \left(\sqrt{x-8}\right)^2$.

3. (4) Укажите все значения параметра a, при которых система неравенств

$$\begin{cases} 4 \le x \le 10, \\ (x-2)(x-a) \le 0 \end{cases}$$

имеет ровно два целых решения.

6.1
6.2
6.3

Вариант № 7

1. (2) Решите неравенство $\frac{-5}{(x-7)(-6x+12)} \ge 0$.

2. (3) Найдите наибольшее целое значение переменной a, при котором имеет смысл выражение

$$\sqrt{6+a-a^2} + \sqrt{a^2-4a+3}\ .$$

3. (4) Найдите все значения параметра a, при которых неравенство

$$-x^2 + (2a+6)x - 7a - 15 < 0$$

выполняется для любых x.

7.1
7.2
7.3

Вариант № 8

1. (2) Решите неравенство $\frac{6}{(x+3)(2x-8)} \ge 0$.

2. (3) Найдите все целые значения переменной b, при которых имеет смысл выражение

$$\sqrt{b^2-8b+15} + \sqrt{-5+6b-b^2}\ .$$

3. (4) Найдите все значения параметра a, при которых неравенство

$$-x^2 + (2a-4)x + 5a - 10 \ge 0$$

не имеет решений.

8.1
8.2
8.3

9.1

9.2

9.3

Вариант № 9

1. (2) Решите неравенство $x^2 - 1\frac{2}{3}x + \frac{2}{3} < 0$.

2. (3) Укажите сумму наибольшего и наименьшего решений системы неравенств

$$\begin{cases} x^2 + 3 > 28, \\ \frac{1}{2}x + \frac{3}{2} < 9, \end{cases}$$

которые являются простыми числами.

3. (4) Найдите все значения параметра a, при которых неравенство

$$x^2 + ax + 1 > 0$$

не выполняется только при одном значении x.

10.1

10.2

10.3

Вариант № 10

1. (2) Решите неравенство $x^2 - 1\frac{3}{4}x + \frac{3}{4} > 0$.

2. (3) Укажите наименьшее целое решение системы неравенств

$$\begin{cases} x^2 \geq 2x + 15, \\ x(x-2) \leq 3(8 + x). \end{cases}$$

3. (4) Найдите все значения параметра a, при которых все решения неравенства $x^2 - 5x + 4 \leq 0$ являются решениями неравенства $x^2 - a^2 > 0$.

Тема 6

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ. АРИФМЕТИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ

Вариант № 1

1. (2) Найдите сумму всех последовательных натуральных чисел с 40 до 100 включительно. 1.1

2. (3) Существует ли арифметическая прогрессия, в которой $a_4 = 8$, $a_8 = 20$, $a_{16} = 44$? Если да, то запишите формулу общего члена этой прогрессии. 1.2

3. (4) Арифметическая прогрессия задана формулой n-го члена $a_n = 3n - 1$. Найдите сумму членов этой прогрессии с четырнадцатого по пятьдесят четвертый включительно. 1.3

Вариант № 2

1. (2) Найдите сумму всех последовательных натуральных чисел с 30 до 91 включительно. 2.1

2. (3) Существует ли арифметическая прогрессия, в которой $a_3 = -4$, $a_6 = -13$, $a_{10} = -25$? Если да, то запишите формулу общего члена этой прогрессии. 2.2

3. (4) Найдите сумму членов арифметической прогрессии с двадцатого по тридцатый включительно, если $a_n = 2n - 4$. 2.3

Вариант № 3

1. (2) Третий член арифметической прогрессии равен − 3,6, а ее седьмой член равен − 2,8. Найдите семнадцатый член этой прогрессии. 3.1

2. (3) Найдите сумму всех натуральных чисел, кратных 4 и не превосходящих 202. 3.2

3. (4) В арифметической прогрессии сумма шестого, девятого, двенадцатого, пятнадцатого ее членов равна 20. Найдите сумму первых двадцати членов этой прогрессии. 3.3

Вариант № 4

4.1

1. (2) Четвертый член арифметической прогрессии равен 1,8, а ее девятый член равен $-0{,}2$. Найдите двадцатый член этой прогрессии.

4.2

2. (3) Найдите сумму первых шестнадцати четных натуральных чисел.

4.3

3. (4) В арифметической прогрессии сумма пятого, восьмого, четырнадцатого и семнадцатого ее членов равна -2. Найдите сумму двадцати одного члена этой прогрессии, начиная с первого.

Вариант № 5

5.1

1. (2) Первый член арифметической прогрессии равен 3, а ее разность равна 5. Укажите номер, начиная с которого члены этой прогрессии больше 190.

5.2

2. (3) В арифметической прогрессии $a_4 = -14$, $a_7 = -5$. Найдите число отрицательных членов этой прогрессии.

5.3

3. (4) Найдите сумму первых двадцати членов арифметической прогрессии, если сумма ее первых пяти членов равна 40, а сумма первых шести членов равна 54.

Вариант № 6

6.1

1. (2) Первый член арифметической прогрессии равен -2, а ее разность равна 7. Укажите номер, начиная с которого члены этой прогрессии больше 210.

6.2

2. (3) В арифметической прогрессии $a_2 = 16$, $a_4 = 6$. Найдите число положительных членов этой прогрессии.

6.3

3. (4) Найдите сумму первых двадцати шести членов арифметической прогрессии, если сумма ее первых семи членов равна 35, а сумма первых восьми членов равна 52.

Вариант № 7

1. (2) В арифметической прогрессии (a_n) $a_1 = 12$, разность $d = -4$. Начиная с какого номера члены этой прогрессии меньше числа – 200?

2. (3) Число – 0,8 является седьмым членом арифметической прогрессии (a_n), а число – 2 является ее десятым членом. Является ли членом этой прогрессии число – 4,4? Если да, то укажите номер этого члена.

3. (4) Сумма третьего и девятого членов арифметической прогрессии равна 6, а их произведение равно $\frac{135}{16}$. Найдите сумму пятнадцати первых членов этой прогрессии.

7.1

7.2

7.3

Вариант № 8

1. (2) В арифметической прогрессии (a_n) $a_1 = 12$, разность $d = 3$. До какого номера члены этой прогрессии меньше числа 200?

2. (3) Число – 5,8 является пятым членом арифметической прогрессии (a_n), а число – 3,7 является ее двенадцатым членом. Является ли членом этой прогрессии число 1,8? Если да, то укажите номер этого члена.

3. (4) Сумма четвертого и десятого членов арифметической прогрессии равна 6, а их произведение равно 8. Найдите сумму пятнадцати первых членов этой прогрессии.

8.1

8.2

8.3

Вариант № 9

1. (2) В арифметической прогрессии первый член равен – 42, а разность равна $\frac{3}{4}$. Найдите номер первого положительного члена прогрессии.

2. (3) В арифметической прогрессии $a_4 = -14$, $a_7 = -5$. Найдите сумму первых двух положительных членов этой прогрессии.

9.1

9.2

9.3

3. (4) Найдите число членов арифметической прогрессии, у которой сумма всех членов равна 112, сумма третьего и пятого членов равна 32, разность пятого и третьего членов равна 6.

Вариант № 10

10.1

1. (2) В арифметической прогрессии первый член равен 22, а разность равна $-\frac{4}{5}$. Найдите номер первого отрицательного члена прогрессии.

10.2

2. (3) В арифметической прогрессии $a_2 = 16$, $a_4 = 6$. Найдите сумму первых трех отрицательных членов этой прогрессии.

10.3

3. (4) Найдите число членов арифметической прогрессии, у которой сумма всех членов равна 93, сумма четвертого и шестого членов равна 46, разность шестого и четвертого членов равна 10.

Тема 7

ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ

Вариант № 1

1. (2) Пятый член геометрической прогрессии равен 4,8, а ее знаменатель равен – 2. Найдите сумму первых семи членов этой прогрессии.

1.1

2. (3) Найдите первые два члена геометрической прогрессии, если известно, что они являются положительными числами, их произведение равно 64, а знаменатель прогрессии равен $\frac{1}{4}$.

1.2

3. (4) Между числами 81 и 16 нужно вставить три положительных числа, которые бы вместе с данными составили геометрическую прогрессию. Найдите среднее арифметическое этих трех чисел.

1.3

Вариант № 2

1. (2) Четвертый член геометрической прогрессии равен 9, а ее знаменатель равен $\frac{1}{3}$. Найдите сумму первых шести членов этой прогрессии.

2.1

2. (3) Найдите первые два члена геометрической прогрессии, если известно, что они являются отрицательными числами, их произведение равно 75, а знаменатель прогрессии равен $\frac{1}{3}$.

2.2

3. (4) Между числами 5 и 20 вставьте три числа так, чтобы получилась геометрическая прогрессия с положительными членами. Найдите произведение этих трех чисел.

2.3

Вариант № 3

3.1

1. (2) В геометрической прогрессии с положительными членами $b_9 = 5^3$, $b_{11} = 5^{-1}$. Найдите b_{10}.

3.2

2. (3) Шесть чисел образуют геометрическую прогрессию. Найдите сумму её отрицательных членов, если первый член этой прогрессии равен 2, а знаменатель равен − 2.

3.3

3. (4) Найдите сумму первых семи членов геометрической прогрессии с положительным знаменателем, четвертый член которой равен 48, а шестой равен 12.

Вариант № 4

4.1

1. (2) В геометрической прогрессии с положительными членами $b_{10} = 2^{14}$, $b_{12} = 2^{16}$. Найдите b_1.

4.2

2. (3) Восемь чисел образуют геометрическую прогрессию. Найдите сумму ее положительных членов, если первый член этой прогрессии равен 1, а знаменатель равен − 3.

4.3

3. (4) Найдите сумму первых семи членов геометрической прогрессии с отрицательным знаменателем, третий член которой равен − 16, а пятый равен − 4.

Вариант № 5

5.1

1. (2) В геометрической прогрессии (b_n) $b_2 = 16$, $b_4 = 4$. Найдите знаменатель этой прогрессии, если известно, что он — число отрицательное.

5.2

2. (3) В геометрической прогрессии сумма первых четырех членов равна 17, знаменатель прогрессии равен 4. Найдите сумму первых двух членов этой прогрессии.

5.3

3. (4) В геометрической прогрессии разность шестого и первого членов равна 93, а разность седьмого и второго членов равна 186. Сколько членов этой прогрессии, начиная с первого, нужно сложить, чтобы их сумма была равна 3069?

Вариант № 6

1. (2) Найдите знаменатель геометрической прогрессии (b_n), если известно, что $b_1 = -\frac{1}{8}$, $b_4 = -1$.

6.1

2. (3) Найдите сумму первых двух членов геометрической прогрессии, если сумма первых ее трех членов равна 63, а знаменатель прогрессии равен $-\frac{1}{3}$.

6.2

3. (4) О геометрической прогрессии известно, что сумма первого и седьмого её членов равна 65, а сумма второго и восьмого членов равна 130. Сколько членов этой прогрессии, начиная с первого, нужно сложить, чтобы их сумма была равна 1023?

6.3

Вариант № 7

1. (2) О геометрической прогрессии (b_n) известно, что $b_1 = -3$, $b_4 = -24$. Найдите b_6.

7.1

2. (3) Найдите сумму первых трех членов геометрической прогрессии (b_n), в которой $b_1 = -4$, $b_3 = -16$, а знаменатель — число положительное.

7.2

3. (4) Членами геометрической прогрессии с натуральным знаменателем являются натуральные числа. Сумма первых трех членов этой прогрессии равна 31. Найдите пятый член прогрессии.

7.3

Вариант № 8

1. (2) О геометрической прогрессии (b_n) известно, что $b_1 = -1$, $b_4 = -27$. Найдите b_7.

8.1

2. (3) Найдите сумму первых трех членов геометрической прогрессии (b_n), в которой $b_1 = 3$, $b_3 = 48$, а знаменатель — число отрицательное.

8.2

3. (4) Геометрическая прогрессия состоит из натуральных чисел. Сумма первых трех членов этой прогрессии равна 26. Найдите её шестой член, если знаменатель прогрессии является натуральным числом.

8.3

9.1

9.2

9.3

Вариант № 9

1. (2) В геометрической прогрессии с отрицательным знаменателем сумма первых трех членов равна 12, первый член равен 4. Найдите знаменатель этой прогрессии.

2. (3) Найдите первый член геометрической прогрессии (b_n), если известно, что $b_3 = 8$ и $b_4 = -2$.

3. (4) Новичок баскетбольной команды «Корзина» Игорь Кольцов в своем первом матче набрал 16 очков. В каждом новом матче количество набранных им очков увеличивалось в определенное число раз по сравнению с предыдущим. Сколько всего матчей сыграл Кольцов, если в третьем он набрал 36 очков, а в последнем — 81 очко?

10.1

10.2

10.3

Вариант № 10

1. (2) В геометрической прогрессии с отрицательным знаменателем сумма первых трех членов равна 21, первый член равен 3. Найдите знаменатель этой прогрессии.

2. (3) О геометрической прогрессии (b_n) известно, что $b_4 = -24$, $b_5 = 48$. Найдите b_1.

3. (4) Легкоатлет Быстров после травмы колена приступил к занятиям и на первой тренировке пробежал по стадиону 4 круга. С каждой следующей тренировкой количество кругов, которые он пробегал, увеличивалось в определенное число раз по сравнению с предыдущей. Сколько всего тренировок провел Быстров, если во время третьей тренировки он пробежал 9 кругов, а во время последней — 13,5 кругов?

Тема 8

ОБЩИЕ СВОЙСТВА ФУНКЦИЙ

Вариант № 1

1. (2) Постройте график функции $y = -\frac{1}{3}x - 2$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $-2 \le y \le 0$?

1.1

2. (3) Постройте график функции $y = \frac{2x - 3}{2x + 1}$ и укажите точки пересечения графика функции с осями координат.

1.2

3. (4) Постройте график функции $y = f(x)$, где

1.3

$$f(x) = \begin{cases} -3x - 6, & \text{если } x < -2, \\ -x^2 + 4, & \text{если } -2 \le x \le 2, \\ 3x - 6, & \text{если } x > 2. \end{cases}$$

Укажите промежутки возрастания функции.

Вариант № 2

1. (2) Постройте график функции $y = \frac{4}{3}x - 3$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $0 \le y \le 4$?

2.1

2. (3) Постройте график функции $y = \frac{3x + 1}{3x - 2}$ и укажите точки пересечения графика функции с осями координат.

2.2

3. (4) Постройте график функции $y = f(x)$, где

2.3

$$f(x) = \begin{cases} 4x + 12, & \text{если } x < -3, \\ x^2 - 9, & \text{если } -3 \le x \le 3, \\ 4x - 12, & \text{если } x > 3. \end{cases}$$

Укажите промежутки убывания функции.

Вариант № 3

3.1

1. (2) При каких значениях параметров k и b прямая $y = kx + b$ проходит через точку с координатами $(2;\ 5)$ параллельно прямой $y = 2x + 4$?

3.2

2. (3) Постройте график функции $y = |2x + 5|$. Укажите, возрастает или убывает данная функция при $x \in [-4;\ -3]$.

3.3

3. (4) Постройте график функции $y = \dfrac{3 - x}{\left(\sqrt{x^2 - 9}\right)^2}$.

Укажите множество значений функции.

Вариант № 4

4.1

1. (2) При каких значениях параметров a и b прямые $ax - y = -1$ и $12x + 3y = b + 3$ не имеют общих точек?

4.2

2. (3) Постройте график функции $y = |-3x + 4|$. Укажите, возрастает или убывает данная функция при $x \in [2;\ 3]$.

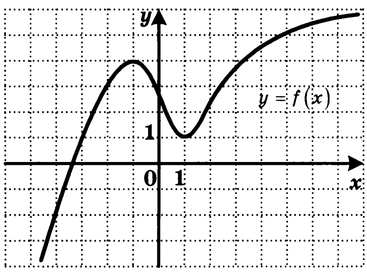
4.3

3. (4) Постройте график функции $y = \dfrac{x + 4}{\left(\sqrt{x^2 - 16}\right)^2}$. Укажите множество значений функции.

Вариант № 5

5.1

1. (2) При каких значениях a прямая $y = a$ пересекает график функции $y = f(x)$ дважды?



2. (3) Постройте график функции $y = |x| - 4$. Укажите наименьшее значение функции.

5.2

3. (4) Постройте график функции $y = \dfrac{\left(\sqrt{36 - 9x^2}\right)^2}{3x - 6}$.

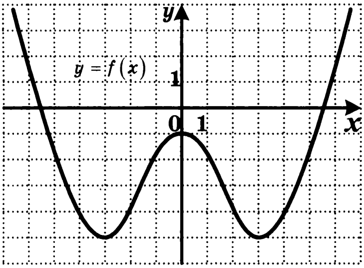
Укажите множество значений функции.

5.3

Вариант № 6

1. (2) При каких значениях a прямая $y = a$ пересекает график функции $y = f(x)$ дважды?

6.1



2. (3) Постройте график функции $y = 3 - |-x|$. Укажите наибольшее значение функции.

6.2

3. (4) Постройте график функции $y = \dfrac{\left(\sqrt{25 - 4x^2}\right)^2}{2x - 5}$.

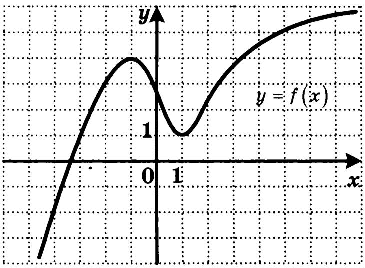
Укажите множество значений функции.

6.3

Вариант № 7

1. (2) При каких значениях a прямая $y = a$ пересекает график функции $y = f(x)$ трижды?

7.1



7.2

2. (3) Постройте график функции $y = |3x - 6|$. Какие значения принимает функция при $x \in (0;\ 3)$?

7.3

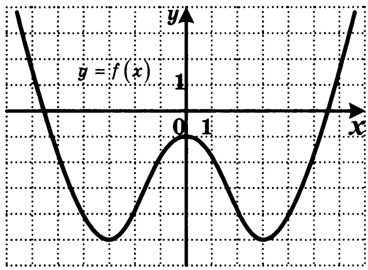
3. (4) Постройте график функции $y = \begin{cases} \frac{1}{x}, & \text{при } |x| > 1, \\ x, & \text{при } |x| \le 1 \end{cases}$

и укажите множество значений функции.

Вариант № 8

8.1

1. (2) При каких значениях a прямая $y = a$ пересекает график функции $y = f(x)$ трижды?



8.2

2. (3) Постройте график функции $y = |5 - 2x|$. Какие значения принимает функция при $x \in (0;\ 6)$?

8.3

3. (4) Постройте график функции

$$y = \begin{cases} \frac{2}{x}, & \text{при } |x| < 1, \\ 2x, & \text{при } |x| \ge 1 \end{cases}$$

и укажите множество значений функции.

Вариант № 9

9.1

1. (2) Найдите площадь треугольника, ограниченного осью OX и прямыми $y = -x$ и $y = x + 4$.

9.2

2. (3) Постройте график функции $f(x) = x^3 - 3$ и укажите те значения x, при которых прямая $y = 5$ лежит выше $y = f(x)$.

3. (4) Постройте график функции $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} 5x + 5, & \text{если } x < -1, \\ \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}, & \text{если } -1 \le x \le 1, \\ -5x + 5, & \text{если } x > 1. \end{cases}$$

Укажите, при каких значениях a прямая $y = a$ имеет с графиком функции $y = f(x)$ четыре общие точки.

9.3

Вариант № 10

1. (2) Найдите площадь треугольника, ограниченного осью OX и прямыми $x = 2$ и $y = x + 4$.

10.1

2. (3) Постройте график функции $f(x) = \sqrt{x+1}$ и укажите те значения x, при которых прямая $y = 1$ лежит ниже $y = f(x)$.

10.2

3. (4) Постройте график функции $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 6, & \text{если } x < -3, \\ x^2 - 9, & \text{если } -3 \le x \le 3, \\ -2x + 6, & \text{если } x > 3. \end{cases}$$

Укажите, при каких значениях a прямая $y = a$ имеет с графиком функции $y = f(x)$ две общие точки.

10.3

Тема 9

КВАДРАТИЧНАЯ ФУНКЦИЯ, ЕЕ СВОЙСТВА И ГРАФИК

Вариант № 1

1.1

1. (2) Найдите наименьшее значение функции

$$y = 2x^2 + 4x - 3 \text{ при } x \in [0;\ 2].$$

1.2

2. (3) При каких значениях параметра a вершина параболы

$$y = -5x^2 - (6a + 5)x - 5$$

имеет отрицательную абсциссу?

1.3

3. (4) Определите коэффициенты a, b, c, если парабола $y = ax^2 + bx + c$ проходит через точку с координатами $(-1;\ 6)$, а ее вершиной является точка с координатами $(1;\ 2)$.

Вариант № 2

2.1

1. (2) Найдите наибольшее значение функции

$$y = -x^2 + 3x - 4 \text{ при } x \in [-4;\ 0].$$

2.2

2. (3) При каких значениях параметра a вершина параболы

$$y = (6a - 5)x^2 - 5x + 1$$

имеет положительную абсциссу?

2.3

3. (4) Определите коэффициенты a, b, c, если точка с координатами $(-1;\ 7)$ принадлежит параболе $y = ax^2 + bx + c$, а точка с координатами $(1;\ 3)$ является ее вершиной.

Вариант № 3

1. (2) Найдите наименьшее значение функции
$$y = 2x^2 - 6x - 3\,.$$

3.1

2. (3) При каких значениях параметра a вершина параболы
$$y = 4x^2 - (-4a + 1)x - 5$$
имеет отрицательную абсциссу?

3.2

3. (4) Определите коэффициенты a, b, c, если точки с координатами $(0;\ 0)$, $(2;\ 0)$, $(3;\ 3)$ принадлежат параболе $y = ax^2 + bx + c$.

3.3

Вариант № 4

1. (2) Найдите наибольшее значение функции
$$y = 2x - x^2 - 6\,.$$

4.1

2. (3) При каких значениях параметра a вершина параболы
$$y = (-3a - 2)x^2 + x - 8$$
имеет отрицательную абсциссу?

4.2

3. (4) Найдите a, b, c, если нулями функции $y = ax^2 + bx + c$ являются числа $x_1 = 1$ и $x_2 = 3$, а наибольшее ее значение равно 2.

4.3

Вариант № 5

1. (2) При каких значениях параметра a функция $y = 2x^2 - ax + 8$ принимает только положительные значения?

5.1

2. (3) При каких значениях p и q вершина параболы $y = x^2 + px + q$ находится в точке $N(1;\ -5)$?

5.2

3. (4) Найдите все значения k, при которых прямая $y = kx$ и парабола $y = x^2 + 4x + 1$ имеют только одну общую точку.

5.3

Вариант № 6

6.1

1. (2) При каких значениях параметра a функция $y = -x^2 + ax - 9$ принимает только отрицательные значения?

6.2

2. (3) При каких значениях p и q вершина параболы $y = x^2 + px + q$ находится в точке $N(2;\ -1{,}5)$?

6.3

3. (4) Найдите все значения k, при которых прямая $y = kx + 3$ и парабола $y = x^2 - 3x + 4$ имеют только одну общую точку.

Вариант № 7

7.1

1. (2) Найдите наибольшее значение функции

$$y = -9x - 3x^2 - 6.$$

7.2

2. (3) При каких значениях c график функции

$$y = 16x^2 - cx + \frac{1}{4}$$

пересекает ось OX дважды?

7.3

3. (4) В какой четверти будет располагаться вершина параболы, заданной уравнением $y = ax^2 + bx + c$, если $c < 0$, $y(-5) < 0$, $y(-3) > 4$?

Вариант № 8

8.1

1. (2) Найдите наименьшее значение функции

$$y = 3x^2 - 4x + 1.$$

8.2

2. (3) При каких значениях c график функции

$$y = x^2 + 2x + c$$

не пересекает ось OX?

8.3

3. (4) В какой четверти будет располагаться вершина параболы, заданной уравнением $y = ax^2 + bx + c$, если $c > 0$, $y(1) < 0$, $y(5) > 3$?

Вариант № 9

1. (2) При каких значениях параметра a наибольшее значение функции $y = (4 - 2x)(x + a)$ равно 0?

9.1

2. (3) При каком значении параметра a абсцисса вершины параболы $y = 3(x - a)(x + 1)$ равна трем?

9.2

3. (4) Функция $y = a(x - 2)(x + 2b)$ убывает только на промежутке $[1;\ +\infty)$. Найдите значения a и b, если известно, что наибольшее значение функции равно 4.

9.3

Вариант № 10

1. (2) При каких значениях параметра b наименьшее значение функции $y = (6 - 2x)(b - x)$ равно 0?

10.1

2. (3) При каком значении параметра a абсцисса вершины параболы $y = 2(x - a)(x + 3)$ равна 1?

10.2

3. (4) Функция $y = a(b - x)(x + 3)$ возрастает только на промежутке $(-\infty;\ -1]$. Найдите значения a и b, если известно, что наибольшее значение функции равно 6.

10.3

Тема 10

КОМБИНАТОРИКА. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И СТАТИСТИКИ

Вариант № 1

1.1

1. (2) Подбрасывают два игральных кубика. Какова вероятность того, что в сумме на них выпадет 7 очков?

1.2

2. (3) На осетровой ферме было выловлено 112 рыб, которых пометили и выпустили обратно. Через несколько дней выловили 73 осетра, 8 из которых оказались помеченными. Сколько примерно рыб на ферме?

1.3

3. (4) В субботу по расписанию в 9 «А» классе должно быть 5 уроков: алгебра, биология, география, русский язык, химия. Сколькими способами можно составить расписание на этот день, если алгебра и русский язык должны стоять рядом?

Вариант № 2

2.1

1. (2) Подбрасывают два игральных кубика. Какова вероятность того, что модуль разности очков, выпавших на двух кубиках, равен 1?

2.2

2. (3) На осетровой ферме численность рыб составляет 512 особей. В первый день работник выловил партию осетра, которых пометил, но, не записав их количество, выпустил обратно. На следующий день он выловили 192 осетра, 36 из которых оказались помеченными. Помогите работнику правдоподобно заполнить в журнале учета графу «Всего помеченных рыб»?

2.3

3. (4) В понедельник по расписанию в 9 «Б» классе должно быть 6 уроков: алгебра, биология, география, геометрия, русский язык, химия. Сколькими способами можно составить расписание на этот день, если алгебра и геометрия должны стоять рядом?

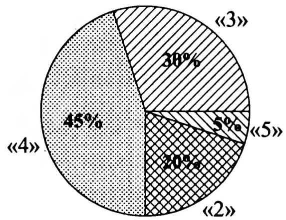
Вариант № 3

1. (2) Подбрасывают два игральных кубика. Какова вероятность того, что на них выпадут разные числа?

3.1

2. (3) На диаграмме показаны результаты выпускного экзамена по математике (оценка и процент получивших ее учеников). Найдите средний балл, полученный выпускниками на этом экзамене.

3.2



3. (4) На день рождения к Васе пришли Маша, Лена, Коля и Гриша. Сколькими способами мама именинника может рассадить всех ребят за круглый стол, чтобы девочки не сидели рядом?

3.3

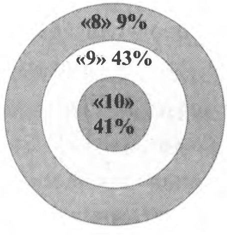
Вариант № 4

1. (2) Подбрасывают два игральных кубика. Какова вероятность того, что на них выпадут одинаковые числа?

4.1

2. (3) На диаграмме показаны результаты стрельбы спортсмена по мишени (количество очков и процент попадания). Найдите среднее количество очков при одном выстреле спортсмена.

4.2



3. (4) Саша и Маша решили встретить Новый год с 4 друзьями. Сколькими способами все они могут расположиться за круглым столом, чтобы Саша и Маша сидели рядом?

4.3

Вариант № 5

5.1

1. (2) В таблице приведены данные о возрастном составе участников школьных соревнований:

Возраст (сколько лет)	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Число участников	1	2	3	6	5	3	2	2	1

Найдите среднее арифметическое, моду и медиану возрастов участников соревнований.

5.2

2. (3) Монету подбрасывают 11 раз подряд и каждый раз записывают, что выпало — «орел» или «решка». Сколько разных последовательностей из «орлов» и «решек» может при этом получиться?

5.3

3. (4) Из 9 «А» класса, в котором 27 учеников, по жребию выбирают двух дежурных в столовую. Какова вероятность того, что дежурить будет ученик этого класса Иванов Дима?

Вариант № 6

6.1

1. (2) В таблице приведены данные о добыче угля на одном из Российских месторождений:

Номер шахты	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Количество добытого угля за смену (в т)	12	8	9	9	8	8	9	12	11	8

Найдите среднее арифметическое, моду и медиану количества добытого угля за смену на этом месторождении.

6.2

2. (3) Монету подбрасывают 12 раз подряд и каждый раз записывают, что выпало — «орел» или «решка». Сколько разных последовательностей из «орлов» и «решек» может при этом получиться?

6.3

3. (4) Из 9 «Б» класса, в котором 30 учеников, по жребию выбирают двух дежурных в столовую. Какова вероятность того, что Сидоров Игорь из этого класса не будет дежурить?

Вариант № 7

1. (2) Из четных цифр составляют всевозможные числа, содержащие менее четырех цифр. Сколько существует таких чисел?

7.1

2. (3) Буквы слова КОЛОБОК перемешивают и случайным образом выкладывают в ряд. С какой вероятностью снова получится это же самое слово?

7.2

3. (4) В двух ящиках лежат шары красного и белого цвета. Провели опыт: из каждого ящика по 60 раз вынимали один шар и возвращали его обратно. В результате получили, что из первого ящика красный шар вынимали 20 раз, а из второго относительная частота появления белого шара была равна 0,3. Сколько, скорее всего, в ящиках красных шаров, если известно, что всего шаров 19?

7.3

Вариант № 8

1. (2) Из цифр, кратных трем, составляют всевозможные числа, содержащие не более четырех цифр. Сколько существует таких чисел?

8.1

2. (3) В урне 16 шаров желтого и белого цвета. Вероятность того, что среди двух одновременно вынутых из нее шаров оба будут желтого цвета, равна 1/20. Сколько в урне белых шаров?

8.2

3. (4) В каждом из двух ящиков лежат шары синего и зеленого цвета. Провели опыт: из каждого ящика по 72 раза вынимали один шар и возвращали его обратно. В результате получили, что из первого ящика зеленый шар вынимали 45 раз, а из второго относительная частота появления синего шара была равна $\frac{8}{9}$. Сколько, скорее всего, в ящиках шаров, если известно, что в каждом из ящиков менее 15 шаров?

8.3

9.1

9.2

9.3

Вариант № 9

1. (2) Сколькими способами 15 человек можно разделить на две группы, содержащие по 10 и 5 человек?

2. (3) Фишку наугад бросают в квадрат со стороной 3, и она попадает в некоторую точку A. Какова вероятность того, что расстояние от точки A до ближайшей стороны квадрата не превосходит 0,5?

3. (4) В классе обучаются 30 учеников. Из них 14 занимаются в секции по легкой атлетике; 16 — в футбольной секции; 13 — в шахматной секции; 9 — и в секции по легкой атлетике, и в футбольной; 7 — и в секции по легкой атлетике, и в шахматной; 10 — и в футбольной, и в шахматной; а 5 — во всех трех секциях. Остальные школьники увлекаются только туризмом. Сколько учеников являются туристами?

10.1

10.2

10.3

Вариант № 10

1. (2) Сколькими способами группу из 12 человек можно разбить на три группы, содержащие по 3, 4 и 5 человек?

2. (3) Оконная решетка состоит из клеток со стороной 15 см. Какова вероятность того, что попавший в окно мяч, диаметр которого 5 см, пролетит сквозь прутья решетки?

3. (4) Классификация Российской сборной по бегу для участия на олимпиаде в Пекине следующая: 10 спортсменов участвуют в забеге на 100 м; 11 — на 200 м; 9 — на 400 м; 7 бегунов — и на 100 м, и на 200 м; 6 — и на 200 м, и на 400 м; 5 — и на 100 м, и на 400 м; а трое участников бегут во всех трех забегах. Остальные два спортсмена бегут только марафон. Сколько бегунов в олимпийской сборной?

КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ЗАДАНИЙ С РАЗВЕРНУТЫМ ОТВЕТОМ

Общие подходы к формированию критериев оценивания

Требования к выполнению заданий с развернутым ответом заключаются в следующем: решение должно быть математически грамотным и полным, из него должен быть понятен ход рассуждений учащегося. Оформление решения должно обеспечивать выполнение указанных выше требований, а в остальном может быть произвольным.

Если решение ученика удовлетворяет этим требованиям, то ему выставляется полный балл, которым оценивается это задание: 2 балла, 3 балла или 4 балла. Если в решении допущена описка или ошибка, не влияющая на правильность общего хода решения (даже при неверном ответе) и позволяющая, несмотря на ее наличие, сделать вывод о владении материалом, то учащемуся засчитывается балл, на 1 меньший указанного. При этом принципиальным условием является то, что задание оценивается положительным баллом только в том случае, когда из записей учащегося можно сделать вывод о том, что он знает ход решения.

Ниже описаны некоторые общие принципы, являющиеся основанием для выставления неполного балла за решения, содержащие те или иные недочеты.

Максимальный балл за задание — 2 балла. За решение выставляется 1 балл, если в нем нет ошибок, но при этом оно не является полным: например, отсутствует ответ на дополнительный вопрос (при его наличии), решение не доведено до конца; или: в решении имеется одна описка или вычислительная ошибка, не влияющая на дальнейший ход решения задания.

Максимальный балл за задание — 3 балла. За решение выставляется 2 балла, если в нем нет ошибок, но при этом оно не является полным, например, отсутствует ответ на дополнительный вопрос (при его наличии); или: ход решения верный, получен ответ, но имеется описка или вычислительная ошибка, не влияющая на дальнейший ход решения задания.

Максимальный балл за задание — 4 балла. За решение выставляется 3 балла, если в работе приведено верное, доведенное до конца решение, но в нем отсутствуют необходимые пояснения, или имеющиеся пояснения содержат погрешности логического характера.

В критериях оценивания по каждому конкретному заданию второй части экзаменационной работы эти общие позиции конкретизируются и дополняются с учетом содержания задания. Критерии, как правило, разработаны применительно к одному из возможных решений, а именно: к тому, которое описано в рекомендациях. При наличии в работах учащихся других решений критерии вырабатываются предметной комиссией с учетом описанных общих подходов. Решения учащихся могут содержать недочеты, не отраженные в критериях, но которые, тем не менее, позволяют оценить результат выполнения задания положительно (со снятием одного балла). В подобных случаях решение о том, как квалифицировать такой недочет, принимает предметная комиссия.

Критерии проверки и оценивания двухбалльных заданий с развернутым ответом

Задание 1. Сократите дробь $\dfrac{3x^2 - x - 2}{3x^2 + 2x}$.

Решение. Корни квадратного трехчлена $3x^2 - x - 2$: $x_1 = 1$, $x_2 = -\dfrac{2}{3}$.

Разложим числитель и знаменатель дроби на множители:

$$\frac{3x^2 - x - 2}{3x^2 + 2x} = \frac{3(x-1)\left(x + \frac{2}{3}\right)}{x(3x+2)} = \frac{3(x-1)\left(x + \frac{2}{3}\right)}{3x\left(x + \frac{2}{3}\right)} = \frac{x-1}{x}.$$

Ответ: $\dfrac{x-1}{x}$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Правильно выполнено разложение на множители числителя и знаменателя дроби, получен верный ответ.
1	Допущена описка или ошибка вычислительного характера при нахождении корней квадратного трехчлена, но разложение его на множители с учетом этой ошибки выполнено верно, решение при этом может оказаться не доведенным до конца.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям.

Комментарий. 1. Учащиеся не обязаны указывать область определения сокращаемой дроби. Если же она указана, но с ошибкой, то при верном решении балл снижается.

2. Ошибки в формуле корней квадратного трехчлена, а также в формуле разложения квадратного трехчлена на множители являются существенными, при их наличии выставляется 0 баллов.

Задание 2. Решите уравнение $\left|\dfrac{4x+1}{x-2}\right| = 5$.

Решение. Из определения модуля имеем:

$\dfrac{4x+1}{x-2} = 5$ или $\dfrac{4x+1}{x-2} = -5$.

Отсюда:

а) $4x+1 = 5(x-2)$, $x = 11$;

б) $4x+1 = -5(x-2)$, $x = 1$.

Ответ: 1; 11.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Правильно раскрыт модуль, произведены необходимые вычисления, получен верный ответ.
1	Допущена описка или ошибка вычислительного характера при нахождении одного из корней дробно-линейных уравнений. В результате этой ошибки может быть получен неверный ответ.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям.

Комментарий. Ошибки при раскрытии модуля являются существенными, при их наличии выставляется 0 баллов.

Задание 3. Решите уравнение $\sqrt{x+3}\left(x^2+7x+10\right) = 0$.

Решение. Уравнение имеет смысл при $x \geq -3$.

$\sqrt{x+3} = 0$ при $x = -3$;

$x^2+7x+10 = 0$ при $x_1 = -2$, $x_2 = -5$.

$x = -5$ не удовлетворяет условию $x \geq -3$.

Ответ: −3; −2.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Правильно указана область допустимых значений переменной, найдены корни квадратного уравнения и произведен отбор корней, получен верный ответ.
1	Допущена описка или вычислительная ошибка при нахождении корней квадратного уравнения, но с учетом этой ошибки выполнена проверка условия допустимости решений, при этом может получиться неверный ответ.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям.

Комментарий. 1. Учащиеся могут не указывать область допустимых значений переменной, но в этом случае должны произвести проверку найденных решений и произвести отбор корней. Если вычислительных ошибок нет и получен верный ответ, то за такое решение выставляется 2 балла.

2. Ошибки в формуле корней квадратного уравнения, а также отсутствие учета области допустимых значений являются существенными, при их наличии выставляется 0 баллов.

Задание 4. В таблице приведены данные о возрастном составе участников школьной олимпиады по математике среди 9–11 классов:

Возраст (сколько лет)	13	14	15	16	17
Число участников	1	7	9	8	2

Найдите размах, моду и медиану возрастов участников олимпиады.

Решение. Размах определяется как разность между наибольшим и наименьшим значением возрастов участников олимпиады: $R = 17 - 13 = 4$.

Мода — это наиболее часто встречающийся возраст среди участников олимпиады: $Mo = 15$.

Так как число участников олимпиады нечетно $(1 + 7 + 9 + 8 + 2 = 27)$, то медиана определяется как число, записанное посередине в упорядоченном ряде возрастов:

13, 14, 14, 14, 14, 14, 14, 14, 15, 15, 15, 15, 15, 15, 15, 15, 15, 16, 16, 16, 16, 16, 16, 16, 16, 17, 17.

$Me = 15$.

Ответ: 4; 15; 15.

Комментарий. При нахождении медианы учащиеся могут не выписывать весь ряд участников, а посчитать, на какой возраст попадает середина упорядоченной выборки возрастов $(27 : 2 = 13,5)$. Округляя до целого числа, получим 14. Число участников с возрастом менее 15 равно $1 + 7 = 8$ — это меньше, чем 14, а число участников с возрастом, меньшим либо равным 15.ю равно $1 + 7 + 9 = 17$ — это больше, чем 14. Следовательно, $Me = 15$.

В работах учащихся подробные описания решения задач могут отсутствовать. В этом случае правильное решение оценивается полным баллом.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Правильно найдены: размах, мода и медиана, получен верный ответ.
1	Допущена описка или вычислительная ошибка, которая может привести к неверному нахождению одной из числовых характеристик.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям.

Критерии проверки и оценивания трехбалльных заданий с развернутым ответом

Задание 1. Решите систему уравнений $\begin{cases} xy = -6, \\ (x+1)(y-5) = 2. \end{cases}$

Решение. Преобразуем второе уравнение системы:

$$(x+1)(y-5) = 2, \quad xy + y - 5x - 5 = 2.$$

Воспользуемся первым уравнением системы $xy = -6$. Получим: $-6 + y - 5x - 7 = 0$ или $y - 5x = 13$, отсюда $y = 5x + 13$. Подставив полученное выражение для y в первое уравнение системы, получим: $x(5x + 13) = -6$ или $5x^2 + 13x + 6 = 0$.

Решив систему $\begin{cases} y = 5x + 13, \\ 5x^2 + 13x + 6 = 0, \end{cases}$ получим следующие пары значений переменных: $(-2;\ 3)$, $\left(-\frac{3}{5};\ 10\right)$.

Ответ: $(-2;\ 3)$, $\left(-\frac{3}{5};\ 10\right)$.

Комментарий. Возможна запись ответа в другом виде, например, $x_1 = -2,\ y_1 = 3;\ x_2 = -\frac{3}{5},\ y_2 = 10$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
3	Ход решения правильный, все его шаги выполнены верно, получен верный ответ.
2	Ход решения правильный, решение доведено до конца, но на последнем этапе решения допущена одна ошибка вычислительного характера; или ход решения правильный, вычислительных ошибок нет, но отсутствует завершающий шаг — указание пар, являющихся решением системы, или полученные значения x и y объединены в пары неверно; или: допущены погрешности логического характера в употреблении символических обозначений.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям.

Комментарий. Ошибки в формуле корней квадратного уравнения являются существенными, и при их наличии за решение выставляется 0 баллов.

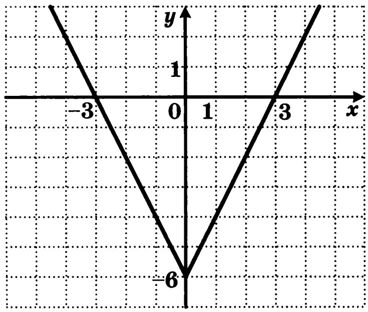
Задание 2. Постройте график функции $y = 2|x| - 6$ и укажите промежутки возрастания функции.

Решение. Для построения графика функции $y = 2|x| - 6$ раскроем модуль:

1) если $x \geq 0$, то $y = 2x - 6$;

2) если $x < 0$, то $y = -2x - 6$.

На каждом интервале построим график соответствующей функции. Для этого отметим точки: $y(0) = -6$, $y(1) = -4$, $y(-1) = -4$.



Из построенного графика видно, что функция возрастает при $x \in [0;\ +\infty)$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
3	Ход решения правильный, все его шаги выполнены верно, получен верный ответ.
2	Ход решения правильный, верно построен график функции, но не указан промежуток возрастания функции; или ход решения правильный, но допущена вычислительная ошибка при нахождении одной из контрольных точек и график построен с этой ошибкой правильно, промежуток возрастания функции в этом случае указан правильно в соответствии с графиком.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям.

Комментарий. 1. Ошибки раскрытия модуля считаются существенными, в этом случае выставляется 0 баллов.

2. Допускается построение графика без предварительного вычисления контрольных точек, но в этом случае они должны быть отмечены на чертеже правильно.

Задание 3. Арифметическая прогрессия задана формулой n-го члена $a_n = 5n + 1$. Найдите сумму членов арифметической прогрессии с пятнадцатого по пятьдесят пятый включительно.

Решение. Обозначим искомую сумму через S, тогда $S = S_{55} - S_{14}$.

Найдем S_{55} и S_{14}.

Имеем: $a_1 = 6$, $a_{14} = 5 \cdot 14 + 1 = 71$, $a_{55} = 5 \cdot 55 + 1 = 276$;

$$S_{55} = \frac{(6 + 276) \cdot 55}{2} = 7755, \quad S_{14} = \frac{(6 + 71) \cdot 14}{2} = 539.$$

Таким образом, $S = 7755 - 539 = 7216$.

Ответ: 7216.

Замечание. Возможно использование другой формулы суммы первых n членов арифметической прогрессии. Для этого учащиеся должны установить, что разность прогрессии равна 5.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
3	Правильно найден способ решения, получен верный ответ.
2	При правильном ходе решения и верном использовании формул допущена вычислительная ошибка, но с ее учетом дальнейшие шаги выполнены верно.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Комментарий. Ошибки в применении формул относятся к числу существенных, при их наличии выставляется 0 баллов.

Задание 4. Буквы слова СТАТИСТИКА перемешивают и случайным образом выкладывают в ряд. С какой вероятностью снова получится это же самое слово?

Решение. 1. Так как слово СТАТИСТИКА состоит из 10 букв, то число всех равновозможных исходов в данном опыте равно $n = P_{10} = 10!$

2. Благоприятное событие для описанной ситуации $A = \{\text{получилось слово СТАТИСТИКА}\}$.

Найдем число благоприятных исходов m для события A по правилу умножения. Учитывая количество каждой из букв в слове СТАТИСТИКА, получим $m = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 48$.

3. По формуле классического определения вероятности получаем

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{48}{10!} = \frac{1}{75600}.$$

Ответ: $\frac{1}{75600}$.

Комментарий. Количество благоприятных исходов m можно было найти иначе: $m = P_2 \cdot P_3 \cdot P_2 \cdot P_2 \cdot P_1 = 48$, как перестановки двух букв «С», трех букв «Т», двух букв «А», двух букв «И» и одной буквы «К».

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
3	Ход решения правильный, все его шаги выполнены верно, получен верный ответ.
2	Ход решения правильный, решение доведено до конца, но при нахождении n, m или вычислении $P(A)$ допущена одна ошибка вычислительного характера.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Комментарий. Если в ответе значение вероятности отрицательно или больше единицы, т.е. показано непонимание одного из основных определений темы, то задача оценивается в 0 баллов.

Критерии проверки и оценивания четырехбалльных заданий с развернутым ответом

Задание 1. Найдите все значения параметра a, при которых неравенство $x^2 + (2a+4)x + 8a + 1 \le 0$ не имеет решений.

Решение. График функции $y = x^2 + (2a+4)x + 8a + 1$ — парабола, ветви которой направлены вверх. Значит, данное неравенство не имеет решений в том и только том случае, если эта парабола целиком расположена в верхней полуплоскости. Отсюда следует, что дискриминант квадратного трехчлена $x^2 + (2a+4)x + 8a + 1$ должен быть отрицателен. Имеем:

$$D_1 = (a+2)^2 - (8a+1) = a^2 - 4a + 3 < 0.$$

Решив квадратное неравенство, получаем $1 < a < 3$.

Ответ: $1 < a < 3$.

Комментарий. Другая возможная форма ответа: $a \in (1;\ 3)$.

Замечание. Учащийся может воспользоваться формулой дискриминанта $D = b^2 - 4ac$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Найден правильный способ решения, все шаги выполнены верно, получен правильный ответ, пояснен ключевой момент — сведение задачи к решению неравенства $D < 0$, или неравенства $y_0 > 0$ (графическая иллюстрация также должна рассматриваться как пояснение).
3	Найден правильный способ решения, все шаги выполнены верно, получен правильный ответ, но решение не содержит никаких пояснений.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям.

Комментарий. Ошибки при составлении дискриминанта квадратного трехчлена или в применении алгоритма решения квадратного неравенства являются существенными, и при их наличии за решение выставляется 0 баллов.

Задание 2. Имеются два сплава с разным содержанием золота. В первом сплаве содержится 35 %, а во втором — 60 % золота. В каком отношении надо взять первый и второй сплавы, чтобы получить из них новый сплав, содержащий 40 % золота?

Решение. Пусть x — масса первого сплава, y — масса второго сплава. Тогда масса золота в первом сплаве составляет $0{,}35x$, а во втором – $0{,}6y$. Масса нового сплава равна $x + y$, а масса золота в нем составляет $0{,}4(x + y)$. Получим уравнение

$$0{,}35x + 0{,}6y = 0{,}4(x + y).$$

После преобразований получим

$$35x + 60y = 40x + 40y, \quad x = 4y.$$

Отсюда: $x : y = 4 : 1$.

Ответ: в отношении $4 : 1$.

Комментарий. Ответ может быть дан и в другом виде, например, $\frac{x}{y} = 4$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Введены буквы, обозначающие неизвестные величины, правильно составлено уравнение, получен верный ответ.
3	Правильно составлено уравнение, но в явном виде нет первого этапа — обозначения неизвестных величин буквами, найдено нужное отношение, дан верный ответ.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям.

Комментарий. Если в ответе указано отношение $y : x = 1 : 4$, то такой ответ может быть принят.

Задание 3. Постройте график функции $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 6, & \text{если } x < -3, \\ x^2 - 9, & \text{если } -3 \le x \le 3, \\ -2x + 6, & \text{если } x > 3. \end{cases}$$

Укажите, при каких a прямая $y = a$ имеет с графиком функции $y = f(x)$ четыре общие точки.

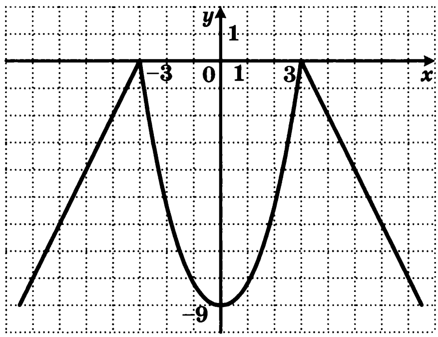
Решение. Для построения графика функции определим контрольные точки на каждом интервале:

1) $x \in (-\infty;\ -3)$ — на этом интервале функция линейная. Для построения графика достаточно иметь две точки, например, $(-3;\ 0)$ и $(-4;\ -2)$;

2) $x \in [-3;\ 3]$ — на этом интервале функция квадратичная, вершина параболы в точке $(0;\ -9)$, ветви параболы направлены вверх, парабола симметрична относительно оси OY и проходит через точку $(3;\ 0)$;

3) $x \in (3\ ;\ +\infty)$ — на этом интервале функция линейная, графику функции должны принадлежать точки $(3;\ 0)$ и $(4;\ -2)$.

Учитывая проведенные рассуждения, построим график функции:



Так как график функции $y = a$ — прямая, параллельная оси OX, то с построенным графиком эта прямая будет иметь четыре общие точки, если $a \in (-9;\ 0)$.

Ответ: $(-9;\ 0)$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Правильно, с обоснованиями построен график функции, обосновано количество точек пересечения построенного графика и графика функции $y = a$, получен верный ответ.
3	Правильно построен график функции, указаны значения a, при которых графики функций имеют четыре общие точки, получен верный ответ, но решение не содержит никаких пояснений.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям.

Задание 4. Определите коэффициенты a, b, c, если парабола $y = ax^2 + bx + c$ проходит через точку с координатами $(-1;\ 6)$, а ее вершиной является точка с координатами $(1;\ 2)$.

Решение. Так как известны координаты вершины параболы, то имеем: $-\dfrac{b}{2a} = 1$ и $y(1) = 2$. Отсюда $b = -2a$ и $a - 2a + c = 2$ или $c = 2 + a$.

Из проведенных рассуждений видим, что парабола может быть задана уравнением $y = ax^2 - 2ax + 2 + a$.

Поскольку парабола проходит через точку с координатами $(-1;\ 6)$, то $a + 2a + 2 + a = 6$ или $a = 1$. Отсюда $b = -2$, $c = 3$.

Ответ: $a = 1$, $b = -2$, $c = 3$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Найден правильный способ решения, все шаги выполнены верно, получен верный ответ, пояснен ключевой момент — использованы координаты вершины параболы.
3	Найден правильный способ решения, все шаги выполнены верно, получен верный ответ, но решение не содержит никаких пояснений.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям.

Комментарий. Ошибки при составлении формулы для координат вершины параболы являются существенными, и при их наличии за решение выставляется 0 баллов.

Задание 5. На день рождения к Алёне пришли Борис, Витя, Гена, Даша и Егор. Сколькими способами папа именинницы может рассадить всех ребят за круглый стол, чтобы девочки не сидели рядом?

Решение. 1. Общее количество всевозможных рассадок ребят равно $N = 6!$

2. Пусть m — количество рассадок, когда девочки сидят рядом, тогда $n = N - m$ — количество рассадок, когда девочки не сидят рядом.

3. Найдем количество рассадок m. За пустым столом девочки рядом могут сесть 12-ю способами, и если учесть, что оставшиеся четыре места мальчики могут занять $4!$ способами, то по правилу умножения $m = 12 \cdot 4!$

4. $n = 6! - 12 \cdot 4! = 4! \cdot (30 - 12) = 24 \cdot 18 = 432$.

Ответ: 432.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Ход решения правильный, все его шаги выполнены верно, получен верный ответ.
3	Ход решения правильный, решение доведено до конца, но при нахождении n, m или N допущена одна ошибка вычислительного характера. В результате получен неверный ответ.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям.

Комментарий. Может быть предложен другой способ решения задачи.

Рассмотрим круглый стол с 6 стульями (для наглядности можно изобразить 6 точек на окружности).

Одну девочку за пустой стол можно посадить 6-ю способами. Так как девочки не должны сидеть рядом, то вторую девочку можно разместить «напротив» первой 3-мя способами. Оставшиеся 4 стула мальчики могут занять $P_4 = 4!$ способами.

Теперь ответим на вопрос задачи, используя правило умножения: $6 \cdot 3 \cdot 4! = 432$ способа.

ОТВЕТЫ

Тема 1. ЧИСЛА

Задания	1	2	3
Вариант № 1	$\frac{11}{9}$	-	$\sqrt{7}+\sqrt{4}<\sqrt{6}+\sqrt{5}$
Вариант № 2	$\frac{13}{9}$	-	$\sqrt{3}+\sqrt{4}>\sqrt{2}+\sqrt{5}$
Вариант № 3	$\frac{4}{33}$	$\frac{13a}{14}$ км/ч	5
Вариант № 4	$\frac{25}{99}$	$\frac{3t}{14}$ задач	2
Вариант № 5	1	19 детелей в день	$\sqrt{10}>\sqrt{2}+\sqrt{3}$
Вариант № 6	$\frac{1}{3}$	24 ореха	$\sqrt{2}+\sqrt{5}<\sqrt{15}$
Вариант № 7	25 %	-	0
Вариант № 8	125 %	-	1,25
Вариант № 9	12; 23; 34; 45; 56; 67; 78; 89	200 м	5,5
Вариант № 10	70; 81; 92	50 деталей	7,5

Тема 2. БУКВЕННЫЕ ВЫРАЖЕНИЯ

Задания	1	2	3
Вариант № 1	10,75	$a = \dfrac{bc}{b - c^2}$	$x = 1,\ \ x = 2,$ $y = 0,\ \ y = \dfrac{2}{3}$
Вариант № 2	21	$a = \dfrac{b^2k}{b^2 + k}$	0; 2; 4
Вариант № 3	11	$a = \dfrac{b + \sqrt{k}}{\sqrt{b} + \sqrt{k}}$	$x \neq 0,\ \ x \neq \dfrac{2}{3},$ $y \neq 1,\ \ y \neq \dfrac{2}{3}$
Вариант № 4	51	$k = \dfrac{n^2 + m^2}{3m^2 + \sqrt{n}}$	$-8; -7; 0$
Вариант № 5	6	$m = \dfrac{a + l^2}{al^2 - 2}$	$a > 2,\ \ b > -3$
Вариант № 6	1,75	$a = \dfrac{k^2\sqrt{b}}{k^2 - \sqrt{2b}}$	$a > -3;\ \ b \leq 1{,}5$
Вариант № 7	2	62	$(-5;\ +\infty)$
Вариант № 8	$\dfrac{5}{6}$	38	$[2;\ 3)$
Вариант № 9	6	18	$(-\infty;\ 0) \cup (0;\ 5)$
Вариант № 10	-1	76	$(2;\ 3)$

Тема 3. ТОЖДЕСТВЕННЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ВЫРАЖЕНИЙ

Задания	1	2	3
Вариант № 1	$\frac{(y-3)(y+1)}{6}$	$-(b+1)^2$	$2(x-2)(x+2)(x^2+7)$
Вариант № 2	$\frac{4x+1}{2y-1}$	$-(a+1)^2$	$(2x-1)(2x+1)(x-2)(x+2)$
Вариант № 3	$-4x^2-6x-9$	3	1
Вариант № 4	$x+2$	-3	2
Вариант № 5	$\frac{x+2}{2x}$	2	$\frac{x-1}{x+1}$
Вариант № 6	$\frac{n+2m}{n-2m}$	-11	$(y-2)(y+2)(x+5)(x-2)$
Вариант № 7	$\frac{x-y}{xy}$	$-2,5$	$\frac{\sqrt{3}-2a}{3a\left(\sqrt{3}+2a\right)}$
Вариант № 8	$\frac{2(x-y)}{x+y}$	$-7,5$	$\frac{\left(\sqrt{a}-3\right)^2}{-4\sqrt{a}}$
Вариант № 9	$\left(a^3-b\right)\cdot\left(a^2+b^2\right)$	$-\frac{x^2+1}{x^2}$	$a+b$
Вариант № 10	$\left(y+x^2\right)\cdot\left(y^2-x\right)$	$\frac{x^2-9}{x^2}$	$(a+b)^2$

Тема 4. УРАВНЕНИЯ, СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ И ТЕКСТОВЫЕ ЗАДАЧИ

4.1. Линейные уравнения и системы уравнений

Задания	1	2	3
Вариант № 1	$\frac{4}{3}$	$a=1$ - решений нет $a\neq 1\quad x=\frac{3}{a-1}$	$(10;\ 7)$
Вариант № 2	$-\frac{2}{3}$	$a=1$ - решений нет $a\neq 1\quad x=\frac{5}{a-1}$	$(1;\ 4)$
Вариант № 3	2	- 0,5	$a\neq 2$, b – любое
Вариант № 4	2	- 0,5	$k\neq 1$
Вариант № 5	$-1,8;\ -\frac{6}{7}$	3,75	$k=-3$
Вариант № 6	$\frac{4}{3}$	$-\frac{8}{3}$	$a=3,\ b=2$
Вариант № 7	$\frac{2}{3};\ 8$	$a=2\quad x$ – любое $a\neq 2\quad x=3a-5$	$(8;\ 11)$
Вариант № 8	$-7;\ -1$	$a=4\quad x$ – любое $a\neq 4\quad x=2a-3$	$\left(\frac{11}{5};\ -\frac{11}{5}\right)$
Вариант № 9	$\frac{1}{2};\ 5$	$a=-3\quad x$ – любое $a\neq -3\quad x=3a-2$	$(16;\ 18)$
Вариант № 10	$-14;\ -2$	$a=-5\quad x$ – любое $a\neq -5\quad x=2a-3$	$\left(\frac{19}{5};\ \frac{26}{5}\right)$

4.2. Квадратные уравнения и системы уравнений

Задания	1	2	3
Вариант № 1	$-2;\ -1$	$-2;\ -2\pm2\sqrt{2}$	$a=0$
Вариант № 2	$-2;\ \frac{3}{2}$	$-1;\ -1\pm\sqrt{2}$	$a\in\left(-\frac{1}{2};\ 0\right)$
Вариант № 3	-2	$-2;\ 1$	$a\in(-\infty;\ 0)\cup\left\{\frac{1}{8}\right\}$
Вариант № 4	1	$\frac{1}{8};\ \frac{1}{3}$	$a>\frac{1}{2}$
Вариант № 5	$-1;\ 0;\ \frac{1}{2}$	$-2;\ -\frac{1}{2};\ 1$	$(-7;\ 5)$
Вариант № 6	$0;\ 1$	-1	$(-7;3)$
Вариант № 7	$a=6$	$-4;5$	$(3;\ 5);\ \left(-\frac{25}{3};-\frac{9}{5}\right)$
Вариант № 8	$a>3$	$-\frac{5}{3};\ 5$	$(-2;\ -7);\ (14;\ 1)$
Вариант № 9	$a<-\frac{1}{2},\ a\neq-1$	$0;\ \ 2,5$	$(3;\ 4);\ \left(\frac{21}{2};\ \frac{8}{7}\right)$
Вариант № 10	$a>\frac{1}{3}$ и $a\neq\frac{2}{3}$	$0;\ \ 7$	$(2;\ 3);\ \left(-14;\ -\frac{3}{7}\right)$

4.3. Текстовые задачи

Задания	1	2
Вариант № 1	20 см и 21 см	500 м
Вариант № 2	96 см^2	3 км/ч
Вариант № 3	2800 м	60 км/ч
Вариант № 4	144 куста	80 км/ч
Вариант № 5	10 км/ч	12484,8 р.
Вариант № 6	60 км/ч	5618 р.
Вариант № 7	80 км/ч	15 деталей и 10 деталей
Вариант № 8	20 км/ч	20 стр. и 25 стр.
Вариант № 9	4 км/ч	5100 р.
Вариант № 10	3 км/ч	16200 р.

Тема 5. НЕРАВЕНСТВА И СИСТЕМЫ НЕРАВЕНСТВ

Задания	**1**	**2**	**3**
Вариант № 1	1	$-2; 1; 2; 3$	$-3 < a < -2$
Вариант № 2	1	$-1; 0; 1; 2$	$2 \le b \le 3$
Вариант № 3	$x < -0,8;\ x > 0,8$	-1	$6 < a \le 7$
Вариант № 4	$-\frac{1}{9} \le x \le \frac{1}{9}$	-2	$0 < a \le 5$
Вариант № 5	$-6 \le x \le 2$	$3 \le x \le 7$	$5 \le a < 6$
Вариант № 6	$x \le 0;\ x \ge 8$	$8 \le x \le 9$	$5 \le a < 6$
Вариант № 7	$x < 2;\ x > 7$	3	$-2 < a < 3$
Вариант № 8	$x < -3;\ x > 4$	$1; 2; 3; 5$	$-3 < a < 2$
Вариант № 9	$\frac{2}{3} < x < 1$	20	± 2
Вариант № 10	$x < \frac{3}{4};\ x > 1$	-3	$-1 < a < 1$

Тема 6. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ. АРИФМЕТИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ

Задания	1	2	3
Вариант № 1	4270	$a_n = -4 + 3n$	4141
Вариант № 2	3751	$a_n = 5 - 3n$	506
Вариант № 3	− 0,8	5100	100
Вариант № 4	− 4,6	272	− 10,5
Вариант № 5	39	8	460
Вариант № 6	32	5	871
Вариант № 7	55	16	37,5 или 52,5
Вариант № 8	63	27	34 или 38
Вариант № 9	58	5	7
Вариант № 10	29	− 27	6

Тема 7. ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ

Задания	1	2	3
Вариант № 1	12,9	16; 4	38
Вариант № 2	364	– 15; – 5	1000
Вариант № 3	5	– 84	762
Вариант № 4	32	820	– 43
Вариант № 5	- 0,5	1	10
Вариант № 6	2	54	10
Вариант № 7	– 96	– 28	625
Вариант № 8	– 729	39	486
Вариант № 9	– 2	128	5
Вариант № 10	– 3	3	4

Тема 8. ОБЩИЕ СВОЙСТВА ФУНКЦИЙ

Задания	1	2	3
Вариант № 1	$[-6;\ 0]$	$(0;-3)$, $\left(\frac{3}{2};\ 0\right)$	$[-2;\ 0]$, $[2;\ +\infty)$
Вариант № 2	$\left[\frac{9}{4};\ \frac{21}{4}\right]$	$\left(0;-\frac{1}{2}\right)$, $\left(-\frac{1}{3};\ 0\right)$	$[-3;\ 0]$
Вариант № 3	$k=2,\ b=1$	убывает	$\left(-\frac{1}{6};\ 0\right)\cup(0;+\infty)$
Вариант № 4	$a=-4,\ b\neq 0$	возрастает	$\left(-\frac{1}{8};\ 0\right)\cup(0;+\infty)$
Вариант № 5	$\{1\}\cup\{4\}$	-4	$(-12;\ 0]$
Вариант № 6	$\{-5\}\cup$ $\cup(-1;\ +\infty)$	3	$(-10;\ 0]$
Вариант № 7	$(1;\ 4)$	$[0;\ 6)$	$[-1;\ 1]$
Вариант № 8	$\{-1\}$	$[0;\ 7)$	$(-\infty;\ -2]\cup[2;\ +\infty)$
Вариант № 9	4	$(-\infty;2)$	$\left(-\frac{1}{2};\ 0\right)$
Вариант № 10	18	$(0;+\infty)$	$(-\infty;\ -9)\cup\{0\}$

Тема 9. КВАДРАТИЧНАЯ ФУНКЦИЯ, ЕЁ СВОЙСТВА И ГРАФИК

Задания	1	2	3
Вариант № 1	-3	$\left(-\frac{5}{6};\ +\infty\right)$	$a=1;\ b=-2;\ c=3$
Вариант № 2	-4	$\left(\frac{5}{6};\ +\infty\right)$	$a=1;\ b=-2;\ c=4$
Вариант № 3	$-7{,}5$	$\left(\frac{1}{4};\ +\infty\right)$	$a=1;\ b=-2;\ c=0$
Вариант № 4	-5	$\left(-\infty;\ -\frac{2}{3}\right)$	$a=-2;\ b=8;\ c=-6$
Вариант № 5	$(-8;\ 8)$	$p=-2;\ q=-4$	$2;\ 6$
Вариант № 6	$(-6;\ 6)$	$p=-4;\ q=-2{,}5$	$-5;\ -1$
Вариант № 7	$\frac{3}{4}$	$(-\infty;\ -4)\cup(4;\ +\infty)$	Во второй
Вариант № 8	$-\frac{1}{3}$	$(1;\ +\infty)$	В четвертой
Вариант № 9	-2	7	$a=-4;\ b=0$
Вариант № 10	3	5	$a=\frac{3}{2};\ b=1$

Тема 10. КОМБИНАТОРИКА. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И СТАТИСТИКИ

Задания	1	2	3
Вариант № 1	$\frac{1}{6}$	1022	48
Вариант № 2	$\frac{5}{18}$	96	240
Вариант № 3	$\frac{5}{6}$	3,35	60
Вариант № 4	$\frac{1}{6}$	8,69	288
Вариант № 5	10,8; 10; 11	2048	$\frac{2}{27}$
Вариант № 6	9,4; 8; 9	4096	$\frac{14}{15}$
Вариант № 7	125	$\frac{1}{420}$	10
Вариант № 8	256	12	17
Вариант № 9	3003	$\frac{35}{36}$	8
Вариант № 10	27720	$\frac{1}{9}$	17

ЛИТЕРАТУРА

1. Сборник заданий для проведения письменного экзамена по алгебре за курс основной школы. 9 класс / Л.В. Кузнецова, Е.А. Бунимович, Б.П. Пигарев, С.Б. Суворова. — 5-е изд., перераб. и доп. — М.: Дрофа, 2000. — 192 с.

2. Сборник заданий для подготовки к итоговой аттестации в 9 кл./[Л.В. Кузнецова, С.Б. Суворова, Е.А. Бунимович и др.]. — М.: Просвещение, 2006. — 192 с. : ил.

3. Задания для подготовки к выпускному экзамену по алгебре и началам анализа: Кн. для учащихся 11 кл. общеобразоват. учреждений/ Е.А. Семенко, С.Д. Некрасов, Г.Н. Титов и др. — 2-е изд. - М.: Просвещение, 2001. — 190 с.

4. Сборник тестовых контрольных заданий по математике для подготовки к итоговой аттестации в предпрофильных классах. / Под ред. Е.А. Семенко. — Краснодар: «Просвещение Юг», 2004. – 74 с.

5. Сборник тестовых заданий по алгебре для подготовки к Государственной (итоговой) аттестации в новой форме. Готовимся к экзамену по алгебре в 9 классе. Выпуск 15./ Под ред. Е.А. Семенко. — Краснодар: «Мир Кубани», 2006. — 112 с.

Справочное издание

Семенко Екатерина Алексеевна
Белай Елена Николаевна
Ларкин Геннадий Николаевич
Сукманюк Валерия Николаевна

МАТЕМАТИКА

9 класс

Государственная итоговая аттестация
(в новой форме)

ТЕМАТИЧЕСКИЕ ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ЗАДАНИЯ ПОВЫШЕННЫЙ УРОВЕНЬ

Издательство ***«ЭКЗАМЕН»***

Гигиенический сертификат
№ 77.99.60.953.Д.007297.05.10 от 07.05.2010 г.

Главный редактор *Л.Д. Лаппо*
Технический редактор *Т.В. Фатюхина*
Корректор *И.В. Русанова*
Дизайн обложки *М.Н. Ершова*
Компьютерная верстка *М.Н. Ершова*

105066, Москва, ул. Нижняя Красносельская, д. 35, стр. 1.
www.examen.biz
E-mail: по общим вопросам: info@examen.biz;
по вопросам реализации: sale@examen.biz;
тел./факс 641-00-30 (многоканальный)

Общероссийский классификатор продукции
ОК 005-93, том 2; 953005 — книги, брошюры, литература учебная

Отпечатано в соответствии с предоставленными материалами
в ЗАО «ИПК Парето-Принт», г. Тверь, www.pareto-print.ru

ВСЕ НЕОБХОДИМОЕ И ДОСТАТОЧНОЕ ДЛЯ

ГИА

МАТЕМАТИКА

Издание гарантирует выработку устойчивых навыков безошибочных действий на экзамене и «натаскивание» ученика на выполнение самых разных видов заданий

- Приведены **реальные** экзаменационные задания по 10 темам курса
- Авторы – ведущие специалисты, принимающие непосредственное участие в разработке методических материалов для подготовки к выполнению контрольных измерительных материалов ГИА
- Единственное пособие, которое включает не только более 350 экзаменационных заданий по всем темам, но также:
  - 10 вариантов самостоятельных работ
  - ответы ко всем заданиям и подробные критерии оценивания

Если учащийся выполнил все задания данного пособия, он может с уверенностью сказать:

Я готов к ГИА по математике!

Рекомендованные пособия аналогичной структуры выпускаются по всем школьным предметам, которые выносятся на ГИА

ISBN 978-5-377-03562-6

9 785377 035626